

**Contenidos mínimos 1ESO Matemáticas.**  
**CEO Andrés Orozco. Curso 2017-2018**  
**Docente: Carmen Dolores Bello Figueroa**

**Unidad 1: Números Naturales.**

- Potencias de números naturales con exponente natural.
- Operaciones combinadas con aplicación de la jerarquía de las operaciones.
- Estrategias para cálculo mental.

**Unidad 2: Divisibilidad de números naturales.**

- Divisibilidad de los números naturales.
- Criterios de divisibilidad.
- Números primos y compuestos.
- Descomposición de un número en factores primos.
- Cálculo de múltiplos y divisores comunes a varios números y del máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales.
- Resolución de problemas mediante el cálculo de mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos o más números naturales.

**Unidad 3: Números Enteros.**

- Significado de números negativos y utilización en contextos reales.
- Representación de los números enteros en la recta.
- Operaciones con números enteros. Suma, resta, producto, división y potencias de números enteros con exponente natural.

**Unidad 4: Fracciones y números decimales.**

- Representación, ordenación, comparación y operaciones con fracciones en entornos cotidianos, y uso de fracciones equivalentes.
- Representación y ordenación de números decimales y operaciones con ellos. Relación entre fracciones y decimales; conversión y operaciones.
- Representación de fracciones y números decimales en la recta.

**Unidad 5: Álgebra.**

- Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, representativas de situaciones reales, al algebraico y viceversa.
- Cálculo del valor numérico de una expresión algebraica
- Solución de ecuaciones de primer grado.
- Planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita para la resolución de problemas reales. Interpretación y análisis crítico de las soluciones y de las ecuaciones sin solución.

## **Unidad 6: Proporcionalidad.**

- Cálculos con porcentajes y aumentos y disminuciones porcentuales.
- Reconocimiento de magnitudes directamente proporcionales y determinación de la constante de proporcionalidad.
- Resolución de problemas de proporcionalidad mediante regla de tres y reducción a la unidad.

## **Unidad 7: Geometría.**

- Reconocimiento y descripción de figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales.
- Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples (rectángulos, triángulos, sectores circulares).
- Cálculo de perímetros y áreas de la circunferencia, del círculo, y de los arcos y sectores circulares.
- Cálculo de longitudes y superficies del mundo físico.

## **Plan de recuperación para la materia de Matemáticas, 1ºESO.**

**CEO Andrés Orozco.**

**Curso 2017-2018**

**Docente: Carmen Dolores Bello Figueroa**

Este cuadernillo de actividades se ofrece como ayuda para fijar los conceptos matemáticos que necesitas para superar los criterios de evaluación de la materia. Recuerda que el examen extraordinario consiste en una prueba escrita que se desarrollará el día 4 de septiembre, y que constituye el único instrumento de evaluación. Esa prueba escrita consistirá en una serie de ejercicios y problemas similares a lo que habrás trabajado en el cuadernillo y a los que hemos hecho a lo largo del curso en clase.

Además del cuadernillo, puedes repasar las actividades realizadas en clase, utilizar la herramienta online [www.thatquiz.org](http://www.thatquiz.org) y descargarte el juego King of Maths disponible para IOS y Android. Recuerda que debes practicar para mejorar tus habilidades, y que seguro que te supone un esfuerzo, pero valdrá la pena.

# 1 OBJETIVO 1 CONOCER LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

| MILLONES (MM)     |                  |                  | MILLARES (M)      |                  |                  | UNIDADES (U) |        |        |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|--------------|--------|--------|
| Centena de millón | Decena de millón | Unidad de millón | Centena de millar | Decena de millar | Unidad de millar | Centena      | Decena | Unidad |
| CMM               | DMM              | UMM              | CM                | DM               | UM               | C            | D      | U      |
|                   |                  |                  |                   |                  |                  | 1            | 1      | 1      |
|                   |                  |                  |                   |                  |                  | ↶ · 10       | ↶ · 10 | ↶ · 10 |

1 Observa el siguiente número y completa.

| UMM | CM | DM | UM | C | D | U |
|-----|----|----|----|---|---|---|
| 8   | 7  | 0  | 6  | 2 | 6 | 5 |



Se lee .....

2 Expresa con cifras los números y colócalos en orden.

- a) Tres millones cuatrocientos cinco mil ciento veinte.
- b) Cincuenta mil ochocientos treinta y nueve.
- c) Mil seis.
- d) Doscientos ocho mil quinientos setenta y siete.
- e) Diecisiete mil novecientos cincuenta y dos.
- f) Tres mil quinientos cincuenta y siete.
- g) Doce.
- h) Setecientos treinta y dos.

| UMM | CM | DM | UM | C | D | U |
|-----|----|----|----|---|---|---|
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |
|     |    |    |    |   |   |   |

- 3 Completa la tabla, indicando el orden de unidades y el valor de la cifra 7 en cada número.

| NÚMERO | ORDEN DE UNIDADES | VALOR | SE LEE                                       |
|--------|-------------------|-------|--|
| 15.728 | Centenas          | 700   | Quince mil setecientos veintiocho            |
|        |                   |       | Setenta y cuatro mil ciento cincuenta y seis |
| 1.967  |                   |       |  |
| 87.003 |                   |       | Ochenta y siete mil tres                     |
| 415    |                   |       |  |
|        |                   |       | Cuarenta y cinco                             |

- 4 Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números.

| NÚMERO     | DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA        |
|------------|----------------------------------|
| 432.100    | $400.000 + 30.000 + 2.000 + 100$ |
| 234.912    |                                  |
| 3.432.000  |                                  |
| 32.111.120 |                                  |
| 1.540.003  |                                  |
| 533        |                                  |

- 5 Escribe el número que representa cada descomposición polinómica.

| DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA   | NÚMERO |
|---|--------|
| $5.000.000 + 300.000 + 70.000 + 8.000 + 100 + 50 + 6$                           |        |
| $700.000 + 9.000 + 500 + 40 + 1$  |        |
| $10 \text{ UMM} + 80 \text{ CM} + 40 \text{ DM} + 1 \text{ UM}$                 |        |
| $4 \text{ DM} + 5 \text{ UM} + 8 \text{ C} + 6 \text{ D} + 9 \text{ U}$         |        |
| $7 \text{ UM} + 0 \text{ C} + 4 \text{ D} + 1 \text{ U}$                        |        |
| $23 \text{ DMM} + 15 \text{ UMM} + 1 \text{ CM} + 10 \text{ DM} + 4 \text{ UM}$ |        |

## OBJETIVO 4

## COMPRENDER EL CONCEPTO DE POTENCIA

## 1

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Una **potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

**EJEMPLO**

En el gimnasio del colegio hay 4 cajas de cartón, cada una de las cuales contiene 4 redes con 4 pelotas en cada red. ¿Cuántas pelotas hay en total?

$$4 \text{ cajas, } 4 \text{ redes y } 4 \text{ pelotas} \longrightarrow 4 \cdot 4 \cdot 4 = 216 \text{ pelotas}$$

Esta operación la podemos expresar de la siguiente manera.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$4^3$  es una potencia.

Una potencia está formada por una base y un exponente.

**Base:** factor que se repite.

$$4^3$$

**Exponente:** número de veces que hay que multiplicar la base por sí misma.

Se lee: «Cuatro elevado al cubo».

Por tanto:  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ .

**1** Completa la siguiente tabla.

| POTENCIA | BASE | EXPONENTE | SE LEE                     |
|----------|------|-----------|----------------------------|
| $3^5$    |      |           | Tres (elevado) a la quinta |
| $6^4$    |      |           |                            |
|          | 10   | 3         |                            |
|          |      |           | Cinco (elevado) a la sexta |

**2** Resuelve con la calculadora. ¿Qué observas en los ejercicios a) y b), y c) y d)?

a)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

d)  $6 \cdot 6 =$

b)  $7 \cdot 7 \cdot 7 =$

e)  $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

c)  $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 =$

f)  $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

**3** Escribe como producto de factores iguales.

a)  $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

d)  $10^5 =$

b)  $6^3 =$

e)  $7^4 =$

c)  $8^2 =$

f)  $5^5 =$

**4** Halla el valor de las siguientes potencias.

a)  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

d)  $10^3 =$

b)  $4^3 =$

e)  $9^2 =$

c)  $2^4 =$

f)  $5^3 =$

## 1

**5** Escribe con números.

a) Seis elevado al cuadrado =

c) Ocho elevado al cuadrado =

b) Tres elevado al cubo =

d) Diez elevado a la cuarta =

**6** Completa la siguiente tabla.

| NÚMEROS             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5   | 6 | 7  | 8 | 9 | 10  |
|---------------------|---|---|---|---|-----|---|----|---|---|-----|
| Elevado al cuadrado | 1 |   |   |   |     |   | 49 |   |   | 100 |
| Elevado al cubo     |   | 8 |   |   | 125 |   |    |   |   |     |

**7** Expresa los siguientes números como potencias.

a)  $25 = 5 \cdot 5$

c)  $81 =$

e)  $100 =$

b)  $49 =$

d)  $64 =$

f)  $36 =$

**POTENCIAS DE BASE 10**

- Las potencias de base 10 y cualquier número natural como exponente son un caso especial de potencias.
- Se utilizan para expresar números muy grandes: distancias espaciales, habitantes de un país, etc.

| POTENCIA | EXPRESIÓN   | NÚMERO    | SE LEE    |
|----------|---|-----------|-----------|
| $10^2$   | $10 \cdot 10$                                     | 100       | Cien      |
| $10^3$   | $10 \cdot 10 \cdot 10$                            | 1.000     | Mil       |
| $10^4$   | $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$                   | 10.000    | Diez mil  |
| $10^5$   | $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$          | 100.000   | Cien mil  |
| $10^6$   | $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ | 1.000.000 | Un millón |

**8** Expresa en forma de potencia de base 10 los siguientes productos.

a)  $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

c)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

b)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

d)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

**9** Completa.

| NÚMERO     | PRODUCTO DE DOS NÚMEROS | CON POTENCIA DE BASE 10 |
|------------|-------------------------|-------------------------|
| 2.000      | $2 \cdot 1.000$         | $2 \cdot 10^3$          |
| 25.000     |                         | $25 \cdot$              |
|            | $15 \cdot 100$          |                         |
|            |                         | $4 \cdot 10^6$          |
| 13.000.000 |                         |                         |
|            | $33 \cdot 10.000$       |                         |

# 2

## OBJETIVO 1 IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5... es decir, por los números naturales.

Múltiplos de 4  $\longrightarrow$  4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...

### EJEMPLO

En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades.  
¿Cuántas pelotas puedo comprar?

|                 |                 |                 |                  |                  |     |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----|
| 3 pelotas       | 6 pelotas       | 9 pelotas       | 12 pelotas       | 15 pelotas       | ... |
| $3 \cdot 1 = 3$ | $3 \cdot 2 = 6$ | $3 \cdot 3 = 9$ | $3 \cdot 4 = 12$ | $3 \cdot 5 = 15$ | ... |

Se pueden comprar 3, 6, 9, 12, 15... pelotas.

Los números 3, 6, 9, 12, 15... son múltiplos de 3.

### 1 Fíjate en la siguiente secuencia y complétala.

- 3 es múltiplo de 3 porque  $3 = 3 \cdot 1$
- 6 es múltiplo de 3 porque  $6 = 3 \cdot 2$
- 9 es múltiplo de 3 porque  $9 = 3 \cdot 3$
- 12 es múltiplo de 3 porque  $12 = 3 \cdot 4$
- 15 es múltiplo de 3 porque  $15 = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots = 3 \cdot 10$

Son números  $\dots\dots\dots$

### 2 Completa las siguientes tablas.

| $\times$ | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 |
|----------|---|----|---|---|---|---|----|---|---|----|
| 1        |   |    |   | 4 |   |   |    |   |   |    |
| 3        |   |    |   |   |   |   |    |   |   |    |
| 5        |   |    |   |   |   |   | 35 |   |   |    |
| 7        |   | 14 |   |   |   |   |    |   |   | 70 |
| 9        |   |    |   |   |   |   |    |   |   |    |





# 2

Una división exacta es aquella en la que al dividir dos números entre sí su resto es cero.

Los **divisores** de un número son los que dividen dicho número un número exacto de veces.

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ 0 \ 4 \text{ veces} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5} \\ 4 \ 4 \end{array}$$

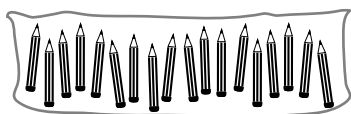
$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 8} \\ 0 \ 3 \text{ veces} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 7} \\ 3 \ 3 \end{array}$$

6 y 8 son divisores de 24 porque dividen exactamente a 24.

## EJEMPLO

Quiero guardar 18 lapiceros en bolsas, de modo que cada una de ellas contenga la misma cantidad de lapiceros sin que sobre ninguno. Tengo que ordenarlos y agruparlos de las siguientes maneras.



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 1} \\ 08 \ 18 \\ 0 \end{array}$$

1 bolsa de 18 lapiceros



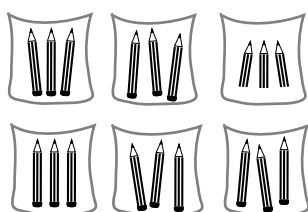
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 2} \\ 0 \ 9 \end{array}$$

2 bolsas de 9 lapiceros



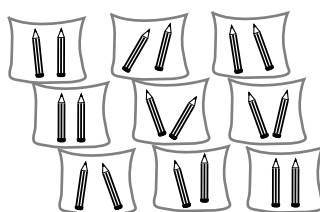
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 3} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

3 bolsas de 6 lapiceros



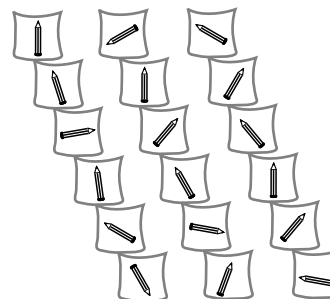
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 6} \\ 0 \ 3 \end{array}$$

6 bolsas de 3 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 9} \\ 0 \ 2 \end{array}$$

9 bolsas de 2 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

18 bolsas de 1 lapicero

- Los números 1, 2, 3, 6, 9, 18 son divisores de 18.
- Los lapiceros están agrupados en bolsas con igual cantidad de ellos.
- La división es exacta, no sobra nada:
  - 1 es divisor de 18 porque  $18 : 1 = 18$  y el resto es 0.
  - 2 es divisor de 18 porque  $18 : 2 = 9$  y el resto es 0.
  - 3 es divisor de 18 porque  $18 : 3 = 6$  y el resto es 0.
  - 6 es divisor de 18 porque  $18 : 6 = 3$  y el resto es 0.
  - 9 es divisor de 18 porque  $18 : 9 = 2$  y el resto es 0.
  - 18 es divisor de 18 porque  $18 : 18 = 1$  y el resto es 0.

**7** Completa la siguiente tabla.

|          | 12 : 1 | 12 : 2 | 12 : 3 | 12 : 4 | 12 : 5 | 12 : 6 | 12 : 7 | 12 : 8 | 12 : 9 | 12 : 10 | 12 : 11 | 12 : 12 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| División |        |        |        |        |        |        |        |        |        |         |         |         |
| Cociente |        |        |        |        |        |        |        |        |        |         |         |         |
| Resto    |        |        |        |        |        |        |        |        |        |         |         |         |

**8** Tacha aquellos números que no sean:

Divisores de 5 = 1, 3, 5

Divisores de 25 = 1, 3, 5, 10, 20, 25

Divisores de 9 = 1, 2, 3, 6, 9

Divisores de 48 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48

Divisores de 11 = 1, 3, 9, 11

Divisores de 100 = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100

**9** Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones y razona tu respuesta.

El número 15 es:

a) Múltiplo de 5  V o  F porque  $5 \cdot \dots = \dots$

b) Divisor de 10  V o  F porque .....

c) Múltiplo de 6  V o  F porque .....

d) Divisor de 45  V o  F porque .....

**10** Halla todos los divisores de:

a) 18

d) 20

b) 22

e) 16

c) 15

f) 14

Para calcular todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él. Los números que hacen que la **división** sea **exacta** son sus divisores.

**11** En la clase de Educación Física hay 24 alumnos. ¿De cuántas maneras se podrán formar grupos iguales de alumnos sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.

## OBJETIVO 2

## COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

2

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

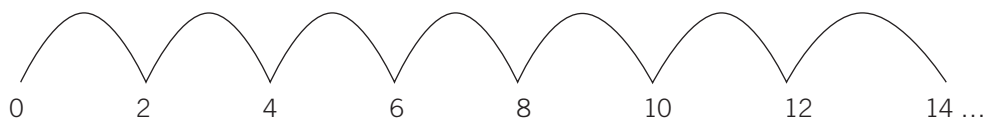
Los **criterios de divisibilidad** son una serie de normas que permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10...

Esta es también una manera fácil de realizar divisiones exactas. A continuación, vamos a hallar estos criterios.

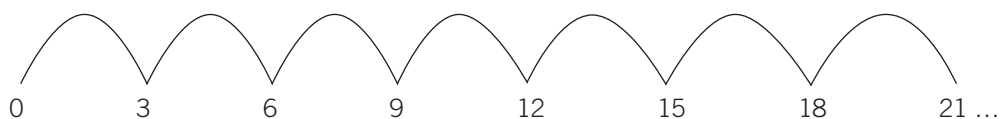
## EJEMPLO



Un atleta recorre una distancia en saltos de 2 metros.



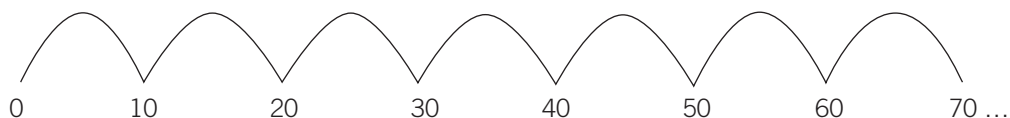
Una rana recorre una distancia en saltos de 3 metros.



Una garza recorre una distancia en saltos de 5 metros.



Un canguro recorre una distancia en saltos de 10 metros.



- Los saltos del atleta tienen algo en común: al dividirlos entre 2, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 2 y la distancia entre ellos es la misma, 2 metros.

**Los números que acaban en 0, 2, 4, 6 y 8 son divisibles por 2.** Esta es la regla de **divisibilidad por 2**.

- Los saltos de la rana tienen algo en común: al dividirlos entre 3, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 3 y la distancia entre ellos es la misma, 3 metros.

Observa que **si sumamos sus cifras, el número obtenido es múltiplo de 3**. Esta es la regla de **divisibilidad por 3**.

3, 12, 21... Sus cifras suman 3, que es múltiplo de 3.

6, 15, 24... Sus cifras suman 6, que es múltiplo de 3.

9, 18, 27... Sus cifras suman 9, que es múltiplo de 3.

- Los saltos de la garza tienen algo en común: al dividirlos entre 5, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 5 y la distancia entre ellos es la misma, 5 metros.

**Los números que acaban en 0 o en 5 son divisibles por 5.** Esta es la regla de **divisibilidad por 5**.

- Los saltos del canguro tienen algo en común: al dividirlos entre 10, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 10 y la distancia entre ellos es la misma, 10 metros.

**Los números que acaban en 0 son divisibles por 10.** Esta es la regla de **divisibilidad por 10**.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

# 2

- 1** Indica cuál de los números cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo por varios).

|       | DIVISIBLE POR 2 | DIVISIBLE POR 3 | DIVISIBLE POR 5 | DIVISIBLE POR 10 |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 18    |                 |                 |                 |                  |
| 35    |                 |                 |                 |                  |
| 40    |                 |                 |                 |                  |
| 84    |                 |                 |                 |                  |
| 100   |                 |                 |                 |                  |
| 150   |                 |                 |                 |                  |
| 1.038 |                 |                 |                 |                  |
| 480   |                 |                 |                 |                  |
| 1.002 |                 |                 |                 |                  |
| 5.027 |                 |                 |                 |                  |

- 2** De los números 230, 496, 520, 2.080, 2.100, 2.745 y 455, di:

- ¿Cuáles son múltiplos de 2?
- ¿Y múltiplos de 3?
- ¿Cuáles son múltiplos de 5?
- ¿Y múltiplos de 10?

- 3** Completa las cifras que faltan en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones).

|           | DIVISIBLE POR 2                               | DIVISIBLE POR 3 | DIVISIBLE POR 5                            | DIVISIBLE POR 10 |
|-----------|---|-----------------|--|------------------|
| 36....    | 364   | 369             | 365  | 360              |
| 35.02.... |   |                 |  |                  |
| 9....6    |   |                 | No puede ser.<br>No acaba en 0<br>ni en... |                  |
| 1.4....0  |   |                 |  |                  |
| 8.8....5  |   |                 |  |                  |
| 43....79  | No puede ser.<br>No acaba en 0,<br>ni en 2... |                 |  |                  |

## OBJETIVO 3

**NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS** **2**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**Número primo:** solo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.**Número compuesto:** tiene más de dos divisores.**EJEMPLO****Los 5 jugadores de un equipo de baloncesto quieren saber de cuántas maneras pueden formar grupos iguales para realizar sus entrenamientos.**

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)1} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{)2} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{)3} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{)4} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{)5} \\ 0 \end{array}$$

Se pueden agrupar en conjuntos de 1 y de 5 jugadores.

El número 5 solo tiene dos divisores: 5 y 1 (él mismo y la unidad). Se dice que es un número primo.

De igual manera ocurre con los 7 jugadores de un equipo de balonmano.

El número 7 solo tiene dos divisores: 7 y 1. Es un número primo.

**Tengo 8 libros para colocar en una estantería. ¿Cuántos grupos iguales de ellos puedo formar?**

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)1} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)3} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)5} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)6} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)7} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{)8} \\ 0 \end{array}$$

Los puedo colocar en grupos de 1, 2, 4 y 8 libros.

El número 8 tiene varios divisores. Se dice que es un número compuesto.

- 1**
- Halla los números primos que hay desde 70 hasta 100 (escríbelos en rojo).

|    |           |    |  |  |    |  |           |  |     |
|----|-----------|----|--|--|----|--|-----------|--|-----|
| 70 | <b>71</b> | 72 |  |  |    |  |           |  | 80  |
|    | 81        |    |  |  | 85 |  |           |  |     |
|    |           |    |  |  |    |  | <b>97</b> |  | 100 |

- 2**
- Clasifica los números en primos o compuestos: 6, 15, 7, 24, 13, 2, 20, 11 y 10.

- a) Números primos:  
b) Números compuestos:

- 3**
- Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores.

- a) ¿De cuántas maneras se pueden colocar formando grupos iguales de jugadores?  
b) Si se une al entrenamiento otro jugador, ¿cómo se agruparían?

# 2

## DIVISORES DE UN NÚMERO

- Para obtener todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él, y aquellos números con los que se obtenga una **división exacta** serán sus divisores.
- Si los números son muy grandes existe una manera más sencilla de hacerlo, y consiste en **descomponer el número en producto de números primos**, y expresar sus divisores mediante la combinación de esos números (llamados **factores**).

## EJEMPLO

### Determina los divisores de 36.

1.º Descomponemos en factores primos el número 36.

- Se coloca el número.
- Se traza una línea vertical a su derecha.
- Se comienza a dividir entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7...
- Acabamos de dividir cuando el último número es un número primo (cociente 1).

|    |   |   |
|----|---|---|
| 36 | 2 | – El primer número primo por el que es divisible 36 es 2: $36 : 2 = 18$ |
| 18 | 2 | – El primer número primo por el que es divisible 18 es 2: $18 : 2 = 9$  |
| 9  | 3 | – El primer número primo por el que es divisible 9 es 3: $9 : 3 = 3$    |
| 3  | 3 | – El primer número primo por el que es divisible 3 es 3: $3 : 3 = 1$    |
| 1  |   |   |

Podemos expresar el número 36 como producto de otros números primos:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9$$

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.

En este caso sería desde 2 hasta  $2^2 = 4$ .

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 |
|---|---|---|

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 3.

|   |   |    |
|---|---|----|
| 1 | 2 | 4  |
| 3 | 6 | 12 |

4.º Multiplicamos cada número de la primera fila por la siguiente potencia de 3.

En este caso sería  $3^2 = 9$ .

|   |    |    |
|---|----|----|
| 1 | 2  | 4  |
| 3 | 6  | 12 |
| 9 | 18 | 36 |

5.º Ordenando los números, los divisores de 36 son: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

**4** Descompón el número 45 en factores primos.

|     |    |  |   |   |
|-----|----|--|---|---|
| 1.º | 45 |  | 3 | – El primer número primo por el que es divisible 45 es 3: $45 : 3 = 15$ |
|     | 15 |  | 3 | – El primer número primo por el que es divisible 15 es 3: $15 : 3 = 5$  |
|     | 5  |  | 5 | – El primer número primo por el que es divisible 5 es 5: $5 : 5 = 1$    |
|     | 1  |  |   |   |

Podemos expresar el número 45 así:  $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5 = 9 \cdot 5$ .

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.

En este caso sería desde 3 hasta  $3^2 = 9$ .

1                      3                      9

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 5.

1                      3                      9  
5                      15                      45

4.º Ordenando los números, los divisores de 45 son: .....

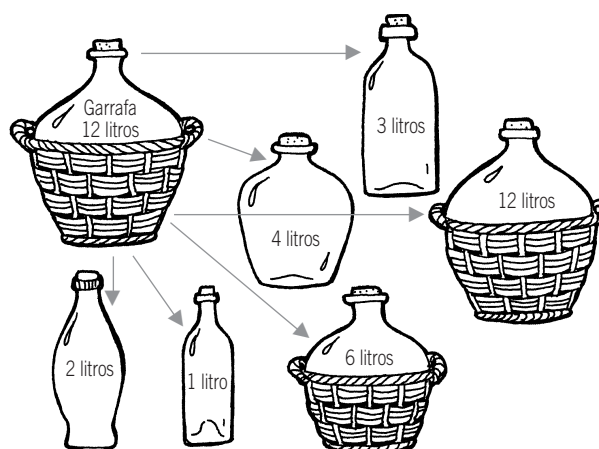
**5** Descompón como producto de factores primos los números 50 y 60.

|                  |  |   |                |  |   |
|------------------|--|---|----------------|--|---|
| 50               |  | 2 | 60             |  | 2 |
| 25               |  | 5 | 30             |  |   |
|                  |  |   |                |  |   |
| $50 = 2 \cdot 5$ |  |   | $60 = 2 \cdot$ |  |   |

**6** Quiero guardar 40 latas en cajas iguales sin que sobre ninguna. ¿De cuántas maneras puedo hacerlo?

**7** María desea distribuir el agua de una garrafa de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros.

- a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?  
b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?





# 2 OBJETIVO 4

## OBTENER DIVISORES Y MÚLTIPLOS COMUNES DE VARIOS NÚMEROS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### EJEMPLO

#### DIVISORES COMUNES

Juan tiene 12 locomotoras de juguete y Pedro 18 aviones. Quieren hacer grupos de manera que tengan el mismo número de juguetes en cada uno.

Juan podrá hacer los siguientes grupos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3$$

Vamos a calcular sus divisores:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 12 \end{array}$$

| LOCOMOTORAS               |
|---------------------------|
| 1 grupo de 12 locomotoras |
| 2 grupos de 6 locomotoras |
| 3 grupos de 4 locomotoras |
| 4 grupos de 3 locomotoras |
| 6 grupos de 2 locomotoras |
| 12 grupos de 1 locomotora |

Pedro podrá hacer los siguientes grupos.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9$$

Vamos a calcular sus divisores:

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 9 & 18 \end{array}$$

| AVIONES               |
|-----------------------|
| 1 grupo de 18 aviones |
| 2 grupos de 9 aviones |
| 3 grupos de 6 aviones |
| 6 grupos de 3 aviones |
| 9 grupos de 2 aviones |
| 18 grupos de 1 avión  |

Juan y Pedro pueden juntar sus juguetes en grupos iguales de 1, 2, 3 y 6.

1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de ambos números.

6 es el mayor grupo que ambos pueden formar con el mismo número de locomotoras y aviones.

6 es el mayor de los divisores comunes, y se llama **máximo común divisor** (m.c.d.).

#### 1 Halla los divisores comunes de:

a) 25 y 30

c) 15 y 20

b) 9 y 12

d) 16 y 24

#### 2 Calcula el mayor de los divisores comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el máximo común divisor (m.c.d.).

**EJEMPLO****MÚLTIPLOS COMUNES**

Ana va a nadar al polideportivo cada 2 días y Eva cada 3. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el polideportivo?

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ana | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Eva | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Ana va los días 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...

Eva va los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20... son los múltiplos de 2.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21... son los múltiplos de 3.

6, 12, 18... son los múltiplos comunes de 2 y 3.

6 es el menor de los múltiplos comunes, y se llama **mínimo común múltiplo** (m.c.m.).

**3** Halla los 5 primeros múltiplos comunes de:

a) 5 y 10

c) 10 y 25

b) 4 y 6

d) 12 y 15

**4** Calcula el menor de los múltiplos comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el mínimo común múltiplo (m.c.m.).**5** Un barco sale de un puerto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿Cuándo vuelven a coincidir los tres barcos en el puerto?

# 3 OBJETIVO 1

## COMPRENDER EL CONCEPTO DE FRACCIÓN. IDENTIFICAR SUS TÉRMINOS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Para expresar una cantidad de algo que es incompleto o partes de un total sin usar números o expresiones numéricas, utilizamos las **fracciones**.
- Ejemplos de frases en las que utilizamos fracciones son: «Dame la mitad de...», «solo nos falta hacer la cuarta parte del recorrido...», «se inundó la habitación de agua en dos quintas partes...», «los dos tercios del barril están vacíos...», «me he gastado la tercera parte de la paga...».
- Una fracción es una expresión matemática que consta de dos términos, llamados **numerador** y **denominador**, separados por una línea horizontal que se denomina **raya de fracción**.

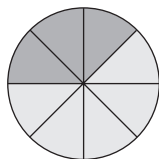
En general, si  $a$  y  $b$  son dos números naturales (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), una fracción se escribe así:

$$\begin{array}{c} \text{Raya de} \\ \text{fracción} \end{array} \longrightarrow \frac{a}{b} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Numerador} \\ \longleftarrow \text{Denominador} \end{array}$$

### EJEMPLO

#### SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS DE UNA FRACCIÓN: PARTE DE LA UNIDAD

- **Numerador (a)**. Número de partes que tomamos de la unidad.
- **Denominador (b)**. Número de partes iguales en las que se divide la unidad.
- **Raya de fracción (—)**. Indica partición, parte de, cociente, entre, división.



Juan abre una caja de quesitos que tiene 8 porciones y se come 3. ¿Cómo lo expresarías?

3 porciones se come Juan (partes que toma de la caja)

8 porciones tiene la caja (partes iguales de la caja)

$$\frac{3}{8} \longleftarrow \text{Numerador}$$

$$\frac{3}{8} \longleftarrow \text{Denominador}$$

#### ¿Cómo se leen las fracciones?

|                    |     |     |      |        |       |      |       |      |       |
|--------------------|-----|-----|------|--------|-------|------|-------|------|-------|
| Si el numerador es | 1   | 2   | 3    | 4      | 5     | 6    | 7     | 8    | 9     |
| Se lee             | Uno | Dos | Tres | Cuatro | Cinco | Seis | Siete | Ocho | Nueve |

|                      |        |         |         |         |        |          |         |         |         |
|----------------------|--------|---------|---------|---------|--------|----------|---------|---------|---------|
| Si el denominador es | 2      | 3       | 4       | 5       | 6      | 7        | 8       | 9       | 10      |
| Se lee               | Medios | Tercios | Cuartos | Quintos | Sextos | Séptimos | Octavos | Novenos | Décimos |

Si el denominador es mayor que 10, se lee el número seguido del término *-avo*.

|                      |          |          |           |             |            |               |                |               |                |
|----------------------|----------|----------|-----------|-------------|------------|---------------|----------------|---------------|----------------|
| Si el denominador es | 11       | 12       | 13        | 14          | 15         | 16            | 17             | 18            | 19             |
| Se lee               | Onceavos | Doceavos | Treceavos | Catorceavos | Quinceavos | Dieciseisavos | Diecisieteavos | Dieciochoavos | Diecinueveavos |

Por tanto, podemos decir que Juan se ha comido los *tres octavos* de la caja.

Así:  $\frac{3}{7}$  se lee «tres séptimos».  $\frac{6}{9}$  se lee «seis novenos».

$\frac{8}{11}$  se lee «ocho onceavos».  $\frac{5}{10}$  se lee «cinco décimos».

**1** Escribe cómo se leen las fracciones.

a)  $\frac{3}{5}$

c)  $\frac{2}{17}$

e)  $\frac{9}{10}$

b)  $\frac{5}{12}$

d)  $\frac{12}{20}$

f)  $\frac{8}{15}$

**2** Escribe las siguientes fracciones.

a) Seis décimos =

c) Diez veintitresavos =

e) Dos onceavos =

b) Tres octavos =

d) Doce catorceavos =

f) Quince diecinueveavos =

Para dibujar y/o **representar gráficamente fracciones** seguimos estos pasos.

1.º Elegimos el tipo de dibujo: círculo, rectángulo, cuadrado o triángulo (normalmente es una figura geométrica).

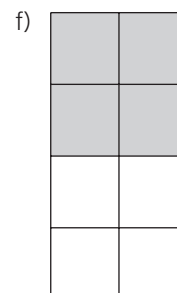
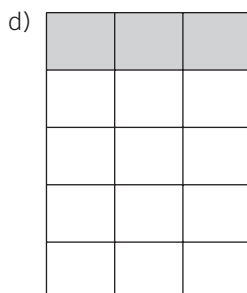
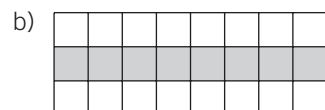
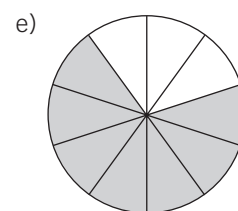
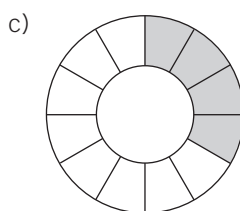
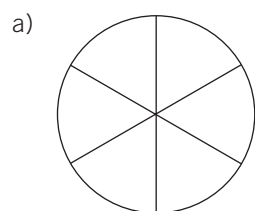
2.º Dividimos la figura en tantas partes iguales como nos indica el denominador.

3.º Coloreamos, marcamos o señalamos las partes que nos señale el numerador.

**3** María se ha comido 2 trozos de un bizcocho dividido en 6 partes iguales.

a) ¿Qué fracción representa lo que se ha comido María?

b) Representálo mediante cuatro tipos de gráficos.

**4** Escribe la fracción que representa la parte coloreada de cada uno de los gráficos.

**FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD**

Teresa tiene que realizar una carrera de 200 m. Al poco tiempo se detiene, y su entrenador le dice: «Ánimo, que ya has recorrido las tres cuartas partes de la distancia». ¿Cuántos metros ha recorrido entonces?

- Hay que hallar lo que valen  $\frac{3}{4}$  de 200, es decir, la **fracción de una cantidad**.
- Seguimos alguno de estos pasos.
  - Se multiplica la cantidad por el numerador y se divide entre el denominador.
  - Se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

$$\frac{3}{4} \text{ de } 200 \begin{cases} \rightarrow (200 \cdot 3) : 4 = 600 : 4 = 150 \text{ m ha recorrido Teresa.} \\ \rightarrow (200 : 4) \cdot 3 = 50 \cdot 3 = 150 \text{ m ha recorrido Teresa.} \end{cases}$$

**8** Halla la expresión decimal de las fracciones.

a)  $\frac{4}{5} =$

c)  $\frac{9}{4} =$

e)  $\frac{5}{10} =$

b)  $\frac{12}{15} =$

d)  $\frac{10}{20} =$

f)  $\frac{15}{20} =$

**9** Calcula las siguientes expresiones de la fracción de una cantidad utilizando las dos formas de operar.

a)  $\frac{4}{5}$  de 45 =

b)  $\frac{2}{3}$  de 18 =

c)  $\frac{1}{5}$  de 35 =

# 3

## OBJETIVO 2

### TIPOS DE FRACCIONES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

#### FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador:  $a < b$ .
- El cociente entre  $a$  y  $b$  es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los  $\frac{3}{8}$  de la caja de quesitos.

- 3 es menor que 8  $\longrightarrow 3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias:  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{10}{15}$ ,  $\frac{9}{12}$

#### 1 Escribe fracciones propias y halla su valor decimal.

a)  $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0,6$

c)

e)

b)

d)

f)

#### FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador:  $a = b$ .
- El cociente entre  $a$  y  $b$  es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los  $\frac{8}{8}$  de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8  $\longrightarrow 8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad:  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{7}{7}$ ,  $\frac{15}{15}$ ,  $\frac{9}{9}$ .

#### 2 Escribe fracciones cuyo valor sea igual a la unidad.

a)  $\frac{6}{6} = 6 : 6 = 1$

c)

e)

b)

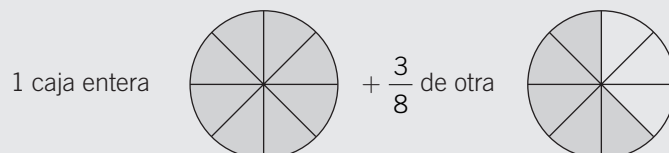
d)

f)

### FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones **impropias**.
- El numerador es **mayor** que el denominador:  $a > b$ .
- El cociente entre  $a$  y  $b$  es mayor que la unidad.

Juan se come un día los  $\frac{8}{8}$  de la caja de quesitos y otro día los  $\frac{3}{8}$  de otra caja.



- Juan se ha comido 11 porciones cuya unidad contiene 8:  $\frac{11}{8}$ , siendo  $11 > 8$ .

- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$  más  $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$  es igual a  $1,375 > 1$

$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} \quad \text{más} \quad \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

Esta expresión se conoce **número mixto**, y se compone de una fracción y un número natural.

Son fracciones impropias:  $\frac{9}{5}$ ,  $\frac{15}{10}$ ,  $\frac{7}{2}$ ,  $\frac{25}{18}$ .

### 3 Escribe fracciones impropias y halla su valor decimal.

a)  $\frac{15}{8} = 15 : 8 = 1,875$  c) \_\_\_\_\_ e) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_ d) \_\_\_\_\_ f) \_\_\_\_\_

### 4 Escribe las siguientes fracciones como un número mixto. Fíjate en el ejemplo.

a)  $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1 \frac{7}{8}$  c)  $\frac{12}{9} =$

b)  $\frac{20}{16} =$  d)  $\frac{7}{4} =$

### 5 Representa gráficamente las fracciones $\frac{3}{2}$ , $\frac{7}{4}$ , $\frac{15}{8}$ , $\frac{10}{7}$ .

Ejemplo:  $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$   

# 3

## REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en la **recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.



- 6 Representa en una recta los números: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.

Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadrículado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

- 7 Representa las fracciones en estas rectas.

a)  $\frac{7}{6}$

b)  $\frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$

c)  $1 \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$





## OBJETIVO 3

## COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE FRACCIÓN EQUIVALENTE

## 3

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

## FRACCIÓN EQUIVALENTE

- Equivalente es sinónimo de «igual», es decir, que tiene igual valor y representa la misma cantidad.

Así,  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{6}{15}$  son fracciones equivalentes.

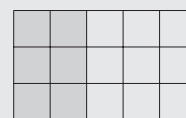
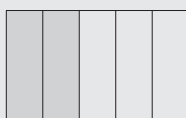
- Tienen igual valor:  $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$

$$\frac{6}{15} = 6 : 15 = 0,4$$

- Representan la misma cantidad:

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{6}{15}$$



- En general, para comprobar si dos fracciones son **equivalentes** se **multiplican en cruz**, obteniéndose el mismo resultado.

$$\frac{2}{5} \times \frac{6}{15}$$

$$2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$2 \cdot 15 = 30$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

**1** Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones.

a)  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{6}{10}$

b)  $\frac{4}{7}$  y  $\frac{12}{21}$

c)  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{9}{11}$

d)  $\frac{8}{7}$  y  $\frac{14}{15}$

e)  $\frac{4}{9}$  y  $\frac{20}{45}$

**2** Halla el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a)  $\frac{10}{15} = \frac{2}{\quad}$

b)  $\frac{8}{\quad} = \frac{6}{9}$

c)  $\frac{\quad}{2} = \frac{8}{16} = \frac{\quad}{32}$

d)  $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} = \frac{6}{\quad}$

**3** Comprueba gráficamente si son equivalentes las fracciones.

a)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{6}{9}$

b)  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{12}$

c)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$

d)  $\frac{4}{5}$  y  $\frac{5}{4}$

# 3

## OBTENCIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES A UNA FRACCIÓN DADA

- Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**.

### 4 Escribe fracciones equivalentes a:

a)  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{\quad}{36} = \dots$

c)  $\frac{2}{5} = \dots = \dots = \dots = \dots$

b)  $\frac{5}{7} = \dots = \dots = \dots = \dots$

d)  $\frac{3}{2} = \dots = \dots = \dots = \dots$

### 5 Escribe fracciones equivalentes mediante simplificación (dividiendo numerador y denominador entre el mismo número).

a)  $\frac{30}{40} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

b)  $\frac{24}{32} = \frac{12}{16} = \dots = \dots$

c)  $\frac{15}{25} = \dots$

## COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Jorge, Araceli y Lucas han comprado el mismo número de cromos. Luego Jorge ha pegado los dos tercios de los cromos, Araceli la mitad y Lucas los tres cuartos. ¿Quién ha pegado más cromos?

Seguimos estos pasos.

- 1.º Obtenemos fracciones equivalentes con el mismo denominador.
- 2.º Comparamos las fracciones mediante los numeradores. La fracción que tenga mayor numerador será la mayor.

1.º Jorge:  $\frac{2}{3}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} \dots$

Araceli:  $\frac{1}{2}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} \dots$

Lucas:  $\frac{3}{4}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \dots$

$\frac{8}{12}$ ,  $\frac{6}{12}$  y  $\frac{9}{12}$  son las fracciones que representan a Jorge, Araceli y Lucas.

Todas estas fracciones tienen el mismo denominador.

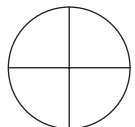
- 2.º Las ordenamos de mayor a menor (utilizamos el símbolo «mayor que», >):

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}; \frac{9}{12} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

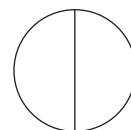
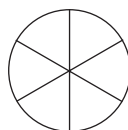
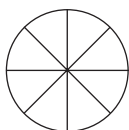
Lucas fue el que pegó más cromos, luego Jorge y, por último, Araceli.

- 6 Ordena, de menor a mayor, las siguientes fracciones:  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{10}{10}$ .

- 7 Andrés se ha comido  $\frac{1}{4}$  de pizza y Ángela  $\frac{1}{3}$ . ¿Quién ha comido más pizza?  
Compruébalo numérica y gráficamente.



- 8 Ordena, de mayor a menor, las fracciones, numérica y gráficamente:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{1}{2}$ .



- 9 Escribe mayor que (>), menor que (<), o igual que (=) según corresponda.

a)  $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{5}{7}$

c)  $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{12}{20}$

e)  $\frac{7}{5} \bigcirc \frac{4}{7}$

b)  $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{4}$

d)  $\frac{7}{7} \bigcirc \frac{6}{6}$

f)  $\frac{7}{8} \bigcirc \frac{1}{4}$

- 10 Indica cuáles de las fracciones son propias e impropias.

a)  $\frac{13}{15}$

b)  $\frac{12}{15}$

c)  $\frac{15}{13}$

d)  $\frac{13}{12}$

e)  $\frac{13}{13}$

Propias:

Impropias:

- 11 Halla dos fracciones equivalentes a  $\frac{8}{6}$ , y represéntalas en la recta numérica para comprobar que el punto asociado es el mismo (ambas fracciones son el mismo número).

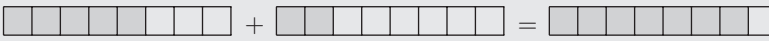
# 3


## OBJETIVO 4 REALIZAR OPERACIONES CON FRACCIONES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones de igual denominador se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5+2}{8} = \frac{7}{8}$$


$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$$


#### 1 Calcula.

a)  $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \text{---}$

c)  $\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \text{---}$

e)  $\frac{3}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{9}{11}$

b)  $\frac{12}{5} - \frac{8}{5} = \text{---}$

d)  $\frac{4}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \text{---}$

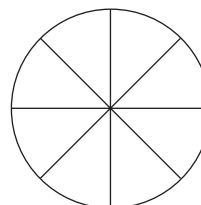
f)  $\frac{4}{12} + \frac{7}{12} + \frac{1}{12} = \frac{15}{12}$

#### 2 De una pizza, Ana merienda los dos octavos, Paco los tres octavos y María un octavo.

a) ¿Cuánto han comido entre los tres?

b) Si Eva llegó tarde a la merienda, ¿cuánta pizza pudo comer?

Expresa el problema numérica y gráficamente.



### SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

1.º Buscamos fracciones equivalentes que tengan igual denominador.

2.º Se suman o restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{\mathbf{3}}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{\mathbf{8}}{12} = \frac{10}{15} \dots \end{array} \right\} \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

Observa que 12 es el menor múltiplo común de 4 y 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{7}{5} = \frac{14}{10} = \frac{21}{15} = \frac{\mathbf{28}}{20} = \frac{35}{25} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{\mathbf{15}}{20} \dots \end{array} \right\} \frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \frac{28-15}{20} = \frac{13}{20}$$

Observa que 20 es el menor múltiplo común de 5 y 4 (m.c.m.).

**3** Completa y realiza las siguientes operaciones.

$$a) \frac{6}{5} + \frac{1}{4} = \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} =$$

$$c) \frac{8}{9} - \frac{5}{6} = \frac{\quad}{18} + \frac{\quad}{18} =$$

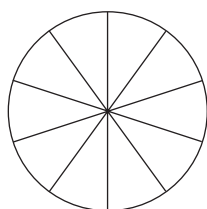
$$e) \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{3} =$$

$$b) \frac{5}{3} - \frac{2}{6} =$$

$$d) \frac{2}{7} + \frac{1}{8} =$$

$$f) \frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$$

**4** Pepe come  $\frac{2}{5}$  partes de un bizcocho dividido en 10 partes. Después, su perro se come la mitad del bizcocho  $\left(\frac{1}{2}\right)$ . ¿Quedará algo de bizcocho? Exprésalo numérica y gráficamente.



#### PRODUCTO DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores, y el denominador, el producto de los denominadores (producto en paralelo).

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

**5** En una bolsa de canicas, los  $\frac{2}{5}$  son de color azul, y los  $\frac{3}{4}$  de esas canicas azules son transparentes. ¿Qué fracción del total representan las canicas azules transparentes?

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot \quad}{\quad \cdot 5} = \text{---}$$

**6** Calcula.

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2 \cdot \quad}{\quad \cdot 10} = \text{---}$$

$$c) \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \text{---}$$

$$b) \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \text{---}$$

$$d) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{\quad \cdot \quad \cdot \quad} = \text{---}$$

**7** Representa gráficamente.

$$a) \frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4}$$

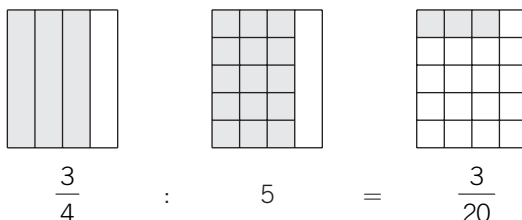
# 3

## DIVISIÓN DE FRACCIONES

Dividir fracciones es hallar otra fracción cuyo numerador y denominador es el producto cruzado de los términos de las fracciones dadas (producto en cruz).

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

- 8** Un caso especial de división de fracciones es cuando dividimos una fracción entre un número. Por ejemplo, si queremos repartir tres cuartas partes de una caja de golosinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de fracción le corresponde a cada uno de ellos?



$$\frac{3}{4} \text{ dividido entre } \frac{5}{1} \text{ es: } \frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

- 9** Calcula.

a)  $\frac{4}{5} : \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 8} =$

c)  $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

e)  $\frac{2}{3} : 3 =$

b)  $\frac{5}{6} : 2 =$

d)  $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$

f)  $\frac{5}{3} : 4 =$

- 10** Efectúa las operaciones.

a)  $\frac{2}{3}$  de 12 =

c)  $\frac{2}{5}$  de 100 =

b)  $\frac{3}{4}$  de 120 =

d)  $\frac{1}{8}$  de 1.000 =

- 11** Suma y simplifica el resultado si se puede.

a)  $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$

b)  $\frac{3}{2} + \frac{5}{7} + \frac{7}{6} =$

c)  $\frac{5}{6} + \frac{9}{6} + \frac{3}{8} =$

- 12** Haz estas multiplicaciones y divisiones de fracciones, simplificando el resultado.

a)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

b)  $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} =$

c)  $\frac{7}{8} \cdot 3 =$

d)  $\frac{4}{5} : 3 =$

# 4 OBJETIVO 1

## COMPRENDER EL CONCEPTO DE NÚMERO DECIMAL

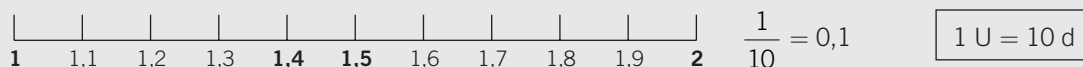
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

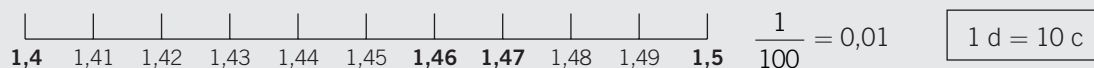
- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

| PARTE ENTERA |        |        | PARTE DECIMAL |           |          |
|--------------|--------|--------|---------------|-----------|----------|
| Centena      | Decena | Unidad | Décima        | Centésima | Milésima |
| C            | D      | U      | d             | c         | m        |

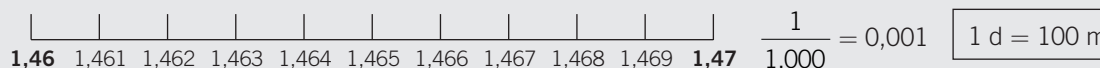
- Si dividimos una unidad en 10 partes iguales, cada parte se llama **décima**.



- Si dividimos una unidad en 100 partes iguales, cada parte se llama **centésima**.



- Si dividimos una unidad en 1.000 partes iguales, cada parte se llama **milésima**.



**1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1.000 milésimas**

### 1 Escribe con cifras.

- |                   |                       |                              |
|-------------------|-----------------------|------------------------------|
| a) Cinco décimas. | c) Once milésimas.    | e) Diez centésimas.          |
| b) Una décima.    | d) Quince centésimas. | f) Ciento catorce milésimas. |

### 2 Completa la siguiente tabla.

| NÚMERO | PARTE ENTERA | PARTE DECIMAL | SE LEE                                   |
|--------|--------------|---------------|--|
| 15,6   | 15           | 6             | Quince unidades seis décimas             |
| 3,27   |              |               |  |
|        | 23           | 35            |  |
| 0,9    |              |               |  |
|        |              |               | Nueve unidades treinta y tres centésimas |

**3 Representa los números en una recta numérica.**

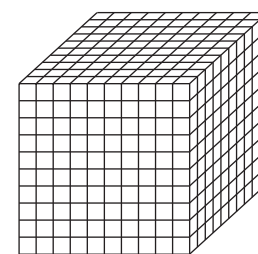
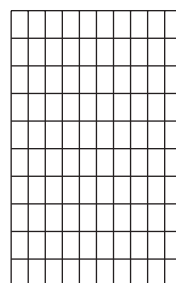
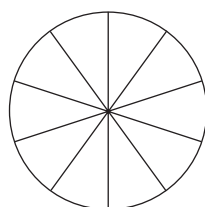
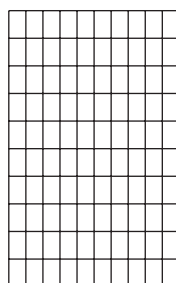
- a) 2,5      b) 1,9      c) 0,4      d) 2,8      e) 1,3      f) 0,2

**4 Representa los siguientes números en una recta numérica.**

- a) 2,35      b) 2,59      c) 2,55      d) 2,43      e) 2,48      f) 2,33

**5 Colorea en cada caso el número que se indica.**

- a) 25 centésimas.      b) 9 décimas.      c) 49 centésimas.      d) 125 milésimas.

**6 Completa las siguientes expresiones.**

- a) 3 décimas = 30 centésimas.      d) 20 unidades = ..... décimas.  
 b) 5 centésimas = ..... milésimas.      e) 7 décimas = ..... milésimas.  
 c) 15 unidades = ..... milésimas.      f) 4 centésimas = ..... milésimas.

**7 ¿Cuál es el valor de la cifra 7 en cada número?**

- a) 37,98      b) 43,07      c) 91,75      d) 70,51      e) 52,347

**8 Realiza la descomposición de los siguientes números.**

| C | D | U |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 0 |
| 5 | 0 | 9 |
| 7 | 4 | 5 |
|   |   |   |
|   |   |   |

| d | c | m |
|---|---|---|
| 5 | 8 | 1 |
| 0 | 3 | 2 |
| 3 | 0 | 3 |
|   |   |   |
|   |   |   |

| DESCOMPOSICIÓN                    |
|-----------------------------------|
| 400 + 30 + 0,5 + 0,08 + 0,001     |
|                                   |
| 600 + 50 + 4 + 0,1 + 0,03 + 0,007 |
| 80 + 9 + 0,4 + 0,03 + 0,005       |



# 4

## OBJETIVO 2

### ORDENAR NÚMEROS DECIMALES. FRACCIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Para comparar números decimales hay que seguir estos pasos.

- 1.º Observamos la parte entera.
  - Es mayor el número que tiene mayor parte entera.
  - Si las partes enteras son iguales, se efectúa el siguiente paso.
- 2.º Observamos la parte decimal.
  - Se comparan las partes decimales, empezando por las décimas, luego las centésimas, milésimas...

#### EJEMPLO

En la clase de Educación Física realizan pruebas de lanzamiento de peso. Los mejores resultados han sido: Alberto, 2,95 m; Ana, 3,16 m, y Elena, 3,17 m. ¿Quién ha lanzado más lejos?

1.º Parte entera:

2,95 es menor que 3,18 y 3,17.  $2 < 3$

3,18 y 3,17 tienen la misma parte entera.  $3 = 3$

2.º Parte decimal:

3,17 es mayor que 3,16.

Décimas

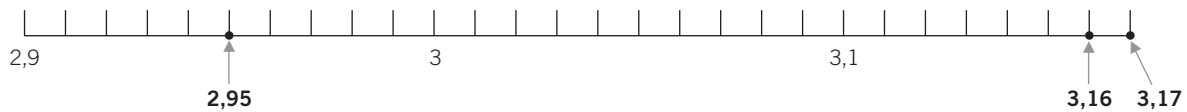
Centésimas

1 = 1

7 > 6

Por tanto:  $3,17 > 3,16 > 2,95$ .

Podemos ver el orden en la recta numérica.



- 1 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números decimales.

6,22; 5,67; 4,98; 5,07; 4,99; 5,81; 6,01; 7,34; 5,73; 5,91; 6,30; 6,28; 7,11

- 2 Sitúa en una recta numérica los números 5,92; 5,50; 5,67; 5,25; 5,73; 5,81.

- 3 Las estaturas (en m) de 10 alumnos de 1.º ESO son las siguientes.

1,45; 1,59; 1,52; 1,49; 1,50; 1,48; 1,55; 1,61; 1,58; 1,60

Ordénalas, de mayor a menor, y represéntalas en la recta numérica.

4 Escribe  $>$ ,  $<$ ,  $=$ , según corresponda.

a) 13,56 ..... 13,65

c) 34,908 ..... 34,910

e) 2,45 ..... 2,44

b) 11,8 ..... 11,80

d) 6,08 ..... 6,07

f) 0,355 ..... 0,35

5 Escribe un número decimal comprendido entre:

a) 1,3 y 1,4

b) 4,8 y 4,86

c) 2,405 y 2,426

d) 0,76 y 0,79

.....

.....

.....

.....

6 Ordena, de mayor a menor: 2,3; 2,33; 2,03; 2,303; 2,033; 2,33.

..... > ..... > ..... > ..... > ..... > .....

7 Juan mide 179 cm; su hermano Marcos, un metro y ocho centímetros, y el padre de ambos, un metro y setenta y ocho centímetros. Ordena las tres alturas de mayor a menor.

### FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

- Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal.
- Si el **resto es cero**, el número decimal es **exacto**.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 2} \\ 10 \quad 3,5 \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

3,5 es un número decimal exacto.

- Si el **resto no es cero**, el número decimal es **periódico** (si seguimos dividiendo siempre se repetirá un factor).

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ 10 \quad 2,33 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2,3333\dots$$

2,333... es un número decimal periódico.

- Un número decimal se puede expresar como fracción.

Para ello se coloca el número sin la coma en el numerador, y en el denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras hay a la derecha de la coma.

$$0,5 = \frac{5}{10}$$

$$45,78 = \frac{4.578}{100}$$

$$15,379 = \frac{15.379}{1.000}$$

## 4

**8** Indica si las fracciones dan como resultado un número decimal exacto o periódico.

a)  $\frac{24}{50} =$

c)  $\frac{1}{3} =$

e)  $\frac{9}{10} =$

b)  $\frac{11}{33} =$

d)  $\frac{6}{9} =$

f)  $\frac{25}{50} =$

**9** Expresa en forma de fracción decimal los siguientes números.

a)  $36,78 = \text{---}$

c)  $0,75 = \text{---}$

e)  $73,06723 = \text{---}$

b)  $130,9 = \text{---}$

d)  $2,801 = \text{---}$

f)  $0,30675 = \text{---}$

**10** Halla el número decimal que corresponde a cada fracción.

a)  $\frac{24}{10} =$

c)  $\frac{398}{100} =$

e)  $\frac{19.065}{10.000} =$

b)  $\frac{35}{100} =$

d)  $\frac{6}{100} =$

f)  $\frac{29.525}{1.000} =$

**11** Escribe un número decimal comprendido entre 4,7 y 4,8 y que sea menor que 4,75.

**12** Escribe un número decimal comprendido entre 8 y 9 y que sea mayor que 8,5.

**13** Expresa en forma de número decimal las fracciones.

a)  $\frac{13}{10.000} = 0, \dots\dots$

c)  $\frac{100.003}{100} = 1.000, \dots\dots$

e)  $\frac{53.204}{10.000} =$

b)  $\frac{5.200}{10} =$

d)  $\frac{12.560}{1.000} =$

f)  $\frac{5}{100} =$

**14** Escribe en forma de fracción los siguientes números decimales.

a)  $21,08 = \frac{2.108}{100}$

c)  $123,7 = \frac{1.237}{10}$

e)  $5,01 = \text{---}$

b)  $7,007 = \text{---}$

d)  $15,15 = \text{---}$

f)  $211,809 = \text{---}$

## 5

## OBJETIVO 1

**SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**NÚMEROS NEGATIVOS**

En nuestra vida diaria observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) Hemos dejado el coche aparcado en el segundo sótano.
- b) El submarino está a ciento veinte metros bajo el nivel del mar.
- c) Hace una temperatura de cuatro grados bajo cero.
- d) Tu cuenta está en números rojos, debes 160 euros.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) El coche está en la planta  $-2$ .                      Se lee «menos dos».
- b) El submarino está a  $-120$ .                      Se lee «menos 120».
- c) Hace una temperatura de  $-4$  °C.                      Se lee «menos cuatro».

$-2$ ,  $-120$ ,  $-4$ ,  $-160$  son **números negativos**.

Expresan cantidades, situaciones, medidas, cuyo valor es **menor que cero**.

Les precede el signo **menos (-)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *menos que, deber, bajo, disminuir o restar*.

**1 Expresa con números negativos.**

- a) La cueva está a cincuenta y cinco metros de profundidad.
- b) La sección de juguetes está en el tercer sótano.
- c) La temperatura es de un grado bajo cero.

**2 Escribe situaciones que representen estos números negativos.**

- a)  $-2$ : .....
- b)  $-5$ : .....
- c)  $-10$ : .....

**NÚMEROS POSITIVOS**

Por otro lado, también observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) La ropa vaquera está en la tercera planta.
- b) La gaviota está volando a cincuenta metros sobre el nivel del mar.
- c) ¡Qué calor! Estamos a treinta grados sobre cero.
- d) Tengo en el banco 160 €.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) La ropa vaquera está en la planta  $+3$ .                      Se lee «más tres».
- b) La gaviota vuela a  $+50$  m.                      Se lee «más cincuenta».
- c) ¡Qué calor! Estamos a  $+30$  °C.                      Se lee «más treinta».

$+3$ ,  $+50$ ,  $+30$ ,  $+160$  son **números positivos**.

Expresan cantidades, situaciones o medidas, cuyo valor es **mayor que cero**.

Les precede el signo **más (+)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *más que, tengo, sobre, aumentar o añadir*.

**3** Expresa con números positivos las siguientes expresiones.

- a) Estamos a treinta y dos grados sobre cero.
- b) El avión vuela a mil quinientos metros sobre el nivel del mar.
- c) El monte tiene una altura de ochocientos metros.
- d) La cometa puede volar a ochenta metros.

**4** Escribe situaciones que representen estos números positivos.

- a) +3: .....
- b) +10: .....
- c) +45: .....

**Los números positivos, negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.**

Positivos: +1, +2, +3, +4, +5, +6, ... (naturales con signo +)

Negativos: -1, -2, -3, -4, -5, -6, ...

Cero: 0

**5** Expresa con un número entero estas situaciones.

- a) El helicóptero vuela a 150 m.
- b) Estoy flotando en el mar.
- c) El termómetro marca 4 grados bajo cero.
- d) El Everest mide 8.844 m.
- e) Ana tiene una deuda de 46 €.
- f) Te espero en la planta baja.

**6** Representa con un dibujo los botones del ascensor de un edificio que tiene 7 plantas, una planta baja y 4 plantas para aparcar.**7** Un termómetro ha marcado las siguientes temperaturas (en °C) durante una semana. Exprésalo con números enteros.

| LUNES          | MARTES           | MIÉRCOLES   | JUEVES         | VIERNES        | SÁBADO        | DOMINGO          |
|----------------|------------------|-------------|----------------|----------------|---------------|------------------|
| Dos sobre cero | Cinco sobre cero | Cero grados | Tres bajo cero | Dos sobre cero | Uno bajo cero | Cinco sobre cero |
|                |                  |             |                |                |               |                  |

## 5

## OBJETIVO 2

**REPRESENTAR, ORDENAR Y COMPARAR NÚMEROS ENTEROS**

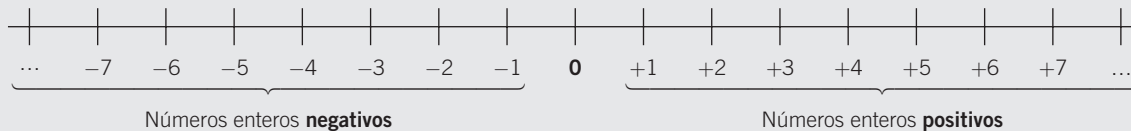
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS. ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA**

Ya conocemos la recta en la que se representan los números naturales, incluyendo el cero. Ahora vamos a representar los números enteros.

- 1.º Dibujamos una recta.
- 2.º Señalamos el origen  $O$ , que es el valor cero  $0$ .
- 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
- 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
- 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa que los números están ordenados:



- 1** Representa en una recta los siguientes números enteros:  $+8, -9, +5, 0, -1, +6, -7, +11, -6$ .

- 2** Representa en una recta numérica los números  $-5$  y  $+5$ .

- a) Señala de rojo los números enteros entre  $-5$  y  $0$ .
- b) Señala de azul los números enteros entre  $+5$  y  $0$ .
- c) ¿Qué observas?

- 3** Considera los siguientes números:  $-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$ .

- a) Representalos en la recta numérica.
- b) ¿Cuál está más alejado del origen?
- c) ¿Y cuál está más cercano?
- d) Escribe, para cada uno de ellos, otro número situado a igual distancia del origen que él.

- 4** En una ciudad el termómetro osciló entre las siguientes temperaturas.

**Máxima:  $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

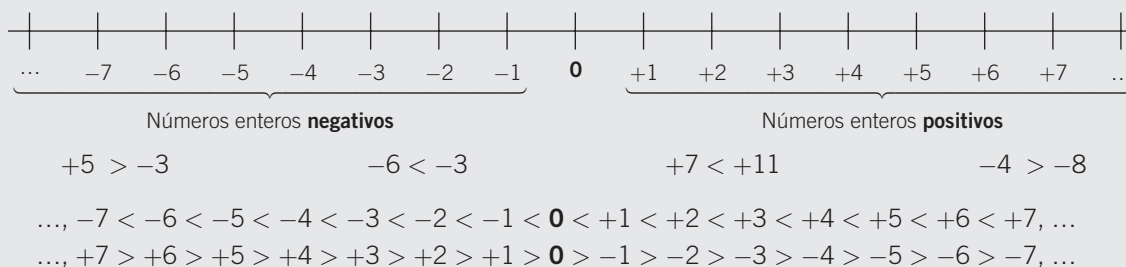
**Mínima:  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

- a) Representa ambos valores en una recta numérica.
- b) Indica si pudieron marcarse estas temperaturas:  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- c) Representa las temperaturas en la recta numérica.

**COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**

Hemos estudiado que en la recta se representan los números enteros ordenados.

- 1.º Este orden supone una determinada colocación en la recta numérica.
- 2.º Un número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.
- 3.º Entre varios números enteros, siempre es **mayor** el que está situado **más a la derecha** de la recta.
- 4.º Utilizamos los símbolos mayor que ( $>$ ) y menor que ( $<$ ).



- 5** Ordena, de menor a mayor, los siguientes números.  
 $+11, -2, +8, 0, -1, +5, -6, +3, -3, +7, -4, -9, +17$

- 6** Ordena, de mayor a menor, estos números.  
 $-8, -16, +5, -2, +13, +3, -4, -9, +9, 0, +18, -10$

- 7** Representa y ordena, de menor a mayor, los números  $-5, +3, -8, +4, -2, +7, -1$ .

- 8** Escribe el signo que corresponda ( $>$  o  $<$ ) entre cada par de números enteros.

- a)  $+5$    $-2$               c)  $-1$    $0$               e)  $+11$    $+15$               g)  $-7$    $-4$   
 b)  $0$    $+8$               d)  $-4$    $+1$               f)  $+10$    $-9$               h)  $+5$    $-11$

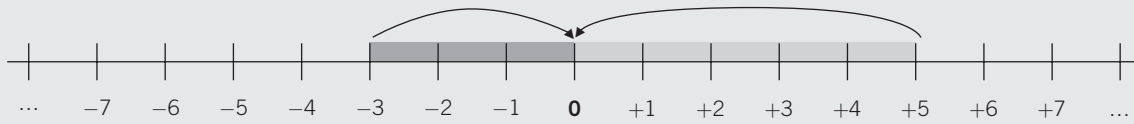
- 9** Escribe todos los números enteros que sean:

- a) Mayores que  $-4$  y menores que  $+2$ .
- b) Menores que  $+3$  y mayores que  $-5$ .
- c) Menores que  $+1$  y mayores que  $-2$ .
- d) Mayores que  $0$  y menores que  $+3$ .
- e) Menores que  $-3$  y mayores que  $-6$ .

# 5

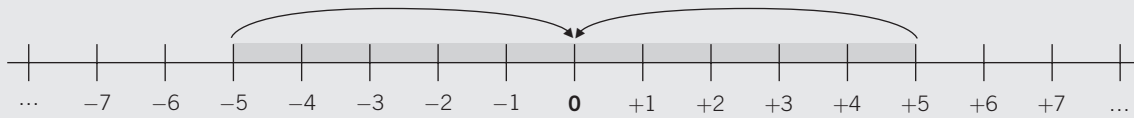
## VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

- El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que le separa del cero en la recta numérica.
- En la práctica se escribe entre dos barras  $| |$  y resulta el mismo número sin su signo.  
Valor absoluto de  $-3$  se escribe  $|-3|$  y es 3.  
Valor absoluto de  $+5$  se escribe  $|+5|$  y es 5.



Observa que:

$$|+5| = 5 \quad \text{y} \quad |-5| = 5$$



- Los números  $+5$  y  $-5$  están a la misma distancia del origen: 5 unidades.
- Se dice que son números opuestos y se escriben así:  
op  $(+5) = -5$                       op  $(-5) = +5$
- Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto.

### 10 Completa la siguiente tabla.

| VALOR ABSOLUTO | RESULTADO | SE LEE                            |
|----------------|-----------|-----------------------------------|
| $ +10 $        | 10        | El valor absoluto de $-10$ es 10. |
| $ -8 $         |           |                                   |
|                | 7         |                                   |
|                | 7         |                                   |
| $ -9 $         |           |                                   |
|                |           | El valor absoluto de $-15$ es 15. |

### 11 Representa en la recta numérica los siguientes números enteros.

- a)  $+7$  y  $-7$                       b)  $+4$  y  $-4$                       c)  $-6$  y  $+6$                       d)  $+10$  y  $-10$

¿Qué observas? ¿Cómo son estos números?

### 12 Para cada número entero, halla su número opuesto y represéntalo en una recta numérica.

- a)  $-3$                       b)  $-12$                       c)  $+9$                       d)  $+8$



## 5

## OBJETIVO 3

## REALIZAR SUMAS Y RESTAS CON NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Para **sumar** dos números enteros del **mismo signo** se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

## EJEMPLO

$$(+3) + (+2) \left\{ \begin{array}{l} | +3 | = 3 \quad | +2 | = 2 \\ 3 + 2 = 5 \end{array} \right\} (+3) + (+2) = +5$$

$$(-4) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} | -4 | = 4 \quad | -1 | = 1 \\ 4 + 1 = 5 \end{array} \right\} (-4) + (-1) = -5$$

Para **sumar** dos números enteros de **distinto signo** se restan sus valores absolutos y se pone el signo del mayor sumando.

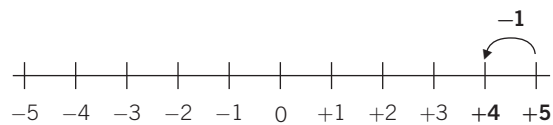
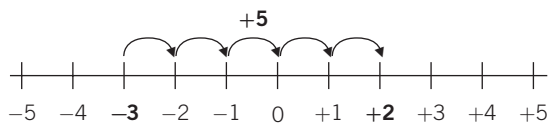
## EJEMPLO

$$(+5) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} | +5 | = 5 \quad | -1 | = 1 \\ 5 - 1 = 4 \end{array} \right\} (+5) + (-1) = +4$$

$$(-3) + (+5) \left\{ \begin{array}{l} | -3 | = 3 \quad | +5 | = 5 \\ 5 - 3 = 2 \end{array} \right\} (-3) + (+5) = +2$$

$$(-3) + (+5) = +2$$

$$(+5) + (-1) = +4$$



## 1 Realiza las siguientes sumas.

a)  $(+5) + (+10) =$

c)  $(-5) + (-10) =$

e)  $(+7) + (-2) =$

b)  $(-4) + (+4) =$

d)  $(-7) + (+11) =$

f)  $(-8) + (+6) =$

## 2 Representa en la recta numérica estas sumas.

a)  $(-3) + (-1)$

b)  $(+4) + (+4)$

c)  $(+5) + (-2)$

d)  $(-2) + (-5)$

e)  $(+4) + (-4)$

Para **restar** dos números enteros hay que sumar al primer sumando el opuesto del segundo. Se aplica a continuación la regla de la suma de números enteros.

**EJEMPLO**

$$(+5) - (+2) = (+5) + (-2) = +3 \quad \text{op } (+2) = -2 \quad \left. \begin{array}{l} |+5| = 5 \\ |-2| = 2 \end{array} \right\} 5 - 2 = 3$$

$$(-6) - (-1) = (-6) + (+1) = -5 \quad \text{op } (-1) = +1 \quad \left. \begin{array}{l} |-6| = 6 \\ |+1| = 1 \end{array} \right\} 6 - 1 = 5$$

**3 Realiza las siguientes restas.**

a)  $(+10) - (+5) = (+10) + (-5) =$

d)  $(-15) - (+7) =$

b)  $(+8) - (-12) =$

e)  $(-1) - (-1) =$

c)  $(-18) - (+10) =$

f)  $(-15) - (-10) =$

**4 Un submarino se encuentra a 100 metros de profundidad. Si asciende 55 metros, ¿cuál es su posición ahora? Expresa el problema numéricamente.****OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS**

Para agilizar las operaciones, hay que tener en cuenta una serie de reglas:

- En las sumas se prescinde del signo + de la propia suma.
- Cuando el primer sumando es positivo se escribe sin su signo.
- Un paréntesis con números en su interior:
  - Siempre se efectúa en primer lugar.
  - Engloba a todos los números que hay dentro de él.
  - El signo que le precede afecta a todos los números de su interior.
  - **Signo +**  $\longrightarrow$  Mantiene los signos de los números de su interior.
  - **Signo -**  $\longrightarrow$  Cambia los signos de los números (los transforma en sus opuestos).
- Podemos operar de dos formas:
  - Sumar por separado los enteros positivos, los enteros negativos y hallar la resta de ambos.
  - Realizar las operaciones en el orden en que aparecen.

**EJEMPLO**

$(+7) + (+2) = 7 + 2 = 9$

$(-4) + (-1) = -4 - 1 = -5$

$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -7 + 10 = +3$

$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -2 - 2 + 7 = -4 + 7 = +3$

$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = 7 - 10 = -3$

$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = +2 + 2 - 7 = 4 - 7 = -3$

# 5

**5 Realiza las siguientes operaciones utilizando las reglas anteriores.**

a)  $(+11) + (-2) = 11 - 2 = 9$

d)  $(+10) - (+2) =$

b)  $(+7) + (+1) =$

e)  $(-11) - (-10) =$

c)  $(-15) + (-4) =$

f)  $(-7) + (+1) =$

**6 Calcula.**

a)  $7 - 5 =$

d)  $-3 + 8 =$

b)  $11 - 4 + 5 =$

e)  $-1 + 8 + 9 =$

c)  $-9 - 7 =$

f)  $-10 + 3 + 7 =$

**7 Haz las operaciones.**

a)  $5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =$

b)  $-(8 + 9 - 11) =$

c)  $9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =$

d)  $-(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =$

**8 Opera de las dos formas explicadas.**

a)  $8 - (4 - 7) =$

b)  $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c)  $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d)  $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e)  $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f)  $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

## OBJETIVO 4

**REALIZAR MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES CON NÚMEROS ENTEROS****5**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**

Para multiplicar dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se multiplican sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo **+** si ambos números son **de igual signo**, y el signo **-** si son **de signos diferentes**.

**EJEMPLO**

$$\begin{array}{l} (+5) \cdot (-3) = -15 \\ (-5) \cdot (-3) = +15 \\ (+5) \cdot (+3) = +15 \end{array} \left. \begin{array}{l} 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -15 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

**DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**

Para dividir dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se dividen sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí y siempre que la división sea exacta).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo **+** si ambos números son **de igual signo**, y el signo **-** si son **de signos diferentes**.

**EJEMPLO**

$$\begin{array}{l} (+20) : (-4) = -5 \\ (-20) : (-4) = +5 \\ (+20) : (+4) = +5 \end{array} \left. \begin{array}{l} 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -5 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

Para agilizar las operaciones de multiplicación y división de números enteros se utiliza la **regla de los signos**:

**Multiplicación**

$$\begin{array}{l} (+) \cdot (+) = + \\ (-) \cdot (-) = + \\ (+) \cdot (-) = - \\ (-) \cdot (+) = - \end{array}$$

**División**

$$\begin{array}{l} (+) : (+) = + \\ (-) : (-) = + \\ (+) : (-) = - \\ (-) : (+) = - \end{array}$$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

# 5

## 1 Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $(+7) \cdot (+2) =$
- b)  $(+12) \cdot (-3) =$
- c)  $(-10) \cdot (+10) =$
- d)  $(-5) \cdot (+8) =$
- e)  $(-1) \cdot (-1) =$
- f)  $(+5) \cdot (+20) =$

## 2 Efectúa.

- a)  $(+16) : (+2) =$
- b)  $(-8) : (-1) =$
- c)  $(-25) : (+5) =$
- d)  $(-100) : (+10) =$
- e)  $(+12) : (-3) =$
- f)  $(+45) : (+9) =$

## 3 Calcula las operaciones aplicando la regla de los signos.

- a)  $(+12) \cdot (-3) =$
- b)  $(-20) : (-10) =$
- c)  $(+6) \cdot (-6) =$
- d)  $(+80) : (-8) =$
- e)  $(-9) : (-3) =$
- f)  $(-100) : (+25) =$
- g)  $(-1) \cdot (-18) =$
- h)  $(-77) : (-11) =$
- i)  $(+10) \cdot (+4) =$
- j)  $(-9) \cdot (+8) =$
- k)  $(+35) : (+5) =$
- l)  $(-12) \cdot (+5) =$

## 4 Completa con los números enteros correspondientes.

- a)  $(+9) \cdot \dots = -36$
- b)  $(-7) \cdot \dots = +21$
- c)  $\dots \cdot (-8) = -40$
- d)  $\dots \cdot (+10) = -100$
- e)  $(-30) \cdot \dots = +30$
- f)  $(+6) \cdot \dots = 0$

## 5 Completa con los números enteros correspondientes.

- a)  $(+42) : \dots = -7$
- b)  $(-8) : \dots = +1$
- c)  $\dots : (-9) = +6$
- d)  $(-20) : \dots = -20$
- e)  $\dots : (-6) = +5$
- f)  $(+9) : \dots = -9$

# 6 OBJETIVO 1

## DIFERENCIAR ENTRE LENGUAJE NUMÉRICO Y ALGEBRAICO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- **Potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

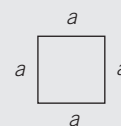
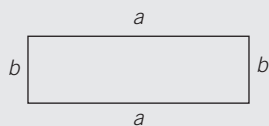
$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (n veces)}$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

- **Perímetro** de un polígono es la medida de su contorno, es decir, la suma de sus lados.

Rectángulo:  $P = a + b + a + b$

Cuadrado:  $P = a + a + a + a$

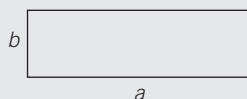


- **Área** de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo:  $A = b \cdot a$

Cuadrado:  $A = a \cdot a = a^2$

Triángulo:  $A = \frac{b \cdot h}{2}$



El lenguaje que utilizamos habitualmente se llama lenguaje **usual**, y es con el que escribimos y/o hablamos. También usamos el lenguaje **numérico**, en el que empleamos números y signos aritméticos.

### EJEMPLO

#### Lenguaje usual

La suma de dos más cuatro es seis.

Diez menos tres es siete.

Ocho dividido entre dos es cuatro.

El cuadrado de tres es nueve.

La mitad de doce es seis.

#### Lenguaje numérico

$$2 + 4 = 6$$

$$10 - 3 = 7$$

$$8 : 2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

### 1 Expresa las siguientes frases con lenguaje numérico.

- El triple de dos es seis.
- Veinte dividido entre cinco es cuatro.
- Quince menos ocho es siete.
- El cubo de dos es ocho.
- La cuarta parte de doce es tres.
- La suma de once más nueve es veinte.
- Catorce entre dos es siete.

- Además del lenguaje escrito y el lenguaje numérico, se utilizan **letras**, normalmente minúsculas, para designar a un número cualquiera y para sustituir números.
- El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos se llama **lenguaje algebraico**. La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se denomina Álgebra.
- Las letras más usuales son:  $x, y, z, a, b, c, m, n, t, r, s$ , y representan a cualquier número.

**EJEMPLO**

| <u>Lenguaje usual</u>                   | <u>Lenguaje numérico</u> |
|---|--------------------------|
| La suma de dos números.                 | $a + b$                  |
| Un número aumentado en cuatro unidades. | $x + 4$                  |
| El triple de un número.                 | $3 \cdot m$              |

**2** Completa la siguiente tabla.

| LENGUAJE USUAL                     | LENGUAJE ALGEBRAICO |
|------------------------------------|---------------------|
| El doble de un número              |                     |
| Un número disminuido en 3 unidades |                     |
| La mitad de un número              |                     |
| El cuadrado de un número           |                     |
| El triple de un número             |                     |
| Un número aumentado en 5 unidades  |                     |

**3** Escribe con lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

| EXPRESIÓN                        | LENG. NUMÉRICO | LENG. ALGEBRAICO | SE EXPRESA |
|----------------------------------|----------------|------------------|------------|
| La suma de 15 y 20               | Sí             | No               | $15 + 20$  |
| La diferencia entre $a$ y $b$    |                |                  |            |
| El cuadrado de $c$               |                |                  |            |
| La diferencia entre 15 y 9       |                |                  |            |
| El doble de 6                    |                |                  |            |
| El triple de $y$                 |                |                  |            |
| El doble de $x$ más dos unidades |                |                  |            |

**4** Escribe las frases en lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

| EXPRESIÓN                                   | LENG. NUMÉRICO | LENG. ALGEBRAICO | SE EXPRESA   |
|---|----------------|------------------|--------------|
| La diferencia entre $a$ y $b$ es igual a 10 | No             | Sí               | $a - b = 10$ |
| Tres elevado al cuadrado es igual a 9       |                |                  |              |
| La cuarta parte de $x$ es 6                 |                |                  |              |
| La suma de diez y nueve es diecinueve       |                |                  |              |
| El triple de diez veces $y$ es igual a doce |                |                  |              |
| El doble de nueve es 18                     |                |                  |              |
| Tu edad hace cuatro años                    |                |                  |              |
| Tu edad dentro de cuatro años               |                |                  |              |

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta de **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones que se indican.

### EJEMPLO

Halla el valor numérico de la expresión  $2 \cdot x + 1$ , para  $x = 1$ .

Primero habrá que sustituir la  $x$  de la expresión por el valor que se indica: 1.

$$2 \cdot 1 + 1$$

Realizamos la operación y obtenemos el resultado, el valor numérico:

$$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

**3** Halla el valor numérico de la expresión  $3 \cdot x - 5$  cuando  $x$  toma los valores.

a)  $x = 0$

$$3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$$

c)  $x = 1$

e)  $x = -1$

b)  $x = 2$

d)  $x = -2$

f)  $x = -3$

**4** Calcula el valor de las expresiones para estos valores.

| Valor de $x$ | $3 \cdot x - 2$                    | $x^2 + 1$                    |
|--------------|------------------------------------|------------------------------|
| $x = 1$      | $3 \cdot 1 - 2 =$<br>$= 3 - 2 = 1$ | $1^2 + 1 =$<br>$= 1 + 1 = 2$ |
| $x = 2$      |                                    |                              |
| $x = -1$     |                                    |                              |
| $x = 0$      |                                    |                              |
| $x = -2$     |                                    |                              |

| Valor de $a$ y $b$   | $5 \cdot a - 2 \cdot b$                     | $(a + b)^2$                  |
|----------------------|---|------------------------------|
| $a = 0$<br>$b = 1$   | $5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$<br>$= 0 - 2 = -2$ | $(0 + 1)^2 =$<br>$= 1^2 = 1$ |
| $a = 1$<br>$b = 2$   |   |                              |
| $a = -1$<br>$b = -2$ |   |                              |
| $a = 2$<br>$b = 3$   |   |                              |
| $a = -2$<br>$b = -3$ |   |                              |



# 6

## OBJETIVO 4 COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE IGUALDAD, IDENTIDAD Y ECUACIÓN

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### IGUALDAD

Una **igualdad** es una expresión **matemática** separada por un signo igual (=).

Las igualdades pueden ser:

- **Numéricas**, si solo aparecen números:

$$5 + 2 = 7 \text{ o verdadera}$$

$$5 + 2 = 8 \text{ o falsa}$$

- **Algebraicas**, si aparecen números y letras:

$$10 + x = 13$$

- 1** Escribe tres igualdades numéricas y otras tres algebraicas.

Numéricas

Algebraicas

- 2** Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Razona tus respuestas.

a)  $(3 \cdot 7) + 21 = 15 + 10$

b)  $22 - 10 = 8 \cdot 2$

c)  $(6 \cdot 4) - 5 = (7 \cdot 2) + 7$

d)  $25 : 5 = (10 \cdot 5) - (9 \cdot 5)$

### IDENTIDAD

Una **identidad** es una igualdad algebraica (números y letras) que se cumple para cualquier valor de las letras.

### EJEMPLO

$$x + x = 2x$$

Si  $x = 1$ :  $1 + 1 = 2 \cdot 1$ ;  $2 = 2$

$$a + b = b + a$$

Si  $a = 1$ ,  $b = 2$ :  $1 + 2 = 2 + 1$ ;  $3 = 3$

- 3** Comprueba que las identidades se cumplen; da valores y verifica la igualdad.

a)  $2x + x = 3x$

b)  $a \cdot b = b \cdot a$

- 4** Di si son verdaderas o falsas las siguientes identidades.

a)  $a + b = b + a$

c)  $a - b = b - a$

e)  $x + x = x^2$

b)  $x + x = 2x$

d)  $x \cdot x = x^2$

f)  $x \cdot x = 2x$

**ECUACIÓN**

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que solo se cumple para determinados valores de las letras.

**EJEMPLO**

$x + 2 = 8$   $\longrightarrow$  Solo se cumple cuando  $x$  toma el valor 6:  $6 + 2 = 8$ .

- 5 Indica cuáles de las expresiones son igualdades, identidades o ecuaciones.

| EXPRESIÓN        | TIPO |
|------------------|------|
| $6 + 5 = 11$     |      |
| $3 + x = 15$     |      |
| $a + b = b + a$  |      |
| $7 + 3 = 10$     |      |
| $20 - x = 4$     |      |
| $x + x + x = 3x$ |      |

- 6 Halla mentalmente el valor  $x$  en las siguientes ecuaciones.

| EXPRESIÓN     | VALOR DE $x$ | RAZONAMIENTO |
|---------------|--------------|--------------|
| $5 + x = 7$   | $x = 2$      | $5 + 2 = 7$  |
| $11 - x = 6$  |              |              |
| $9 - x = 1$   |              |              |
| $10 - x = 3$  |              |              |
| $x + 1 = 1$   |              |              |
| $10 - 2x = 4$ |              |              |

- 7 Completa los huecos para verificar las ecuaciones.

a) ..... + 5 = 15

c) ..... - 6 = 11

e) ..... + 8 = 12

b) 3 - ..... = 3

d) 17 + ..... = 20

f) 22 - ..... = 12

# 6

## OBJETIVO 5 RESOLVER ECUACIONES SENCILLAS DE PRIMER GRADO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### LAS ECUACIONES Y SU ESTRUCTURA

#### Miembros

Una ecuación es una igualdad algebraica que está separada por un signo igual (=).

Este signo diferencia dos partes en la ecuación, llamadas **miembros**, que contienen términos formados por números y/o letras.

$$\text{Primer miembro} = \text{Segundo miembro}$$

$$5 + x = 12$$

$$\text{Términos: } 5, x \quad \text{Término: } 12$$

#### Incógnitas

La incógnita es el valor que desconocemos y queremos hallar. Es un valor numérico y se representa habitualmente por las letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $a$ ,  $b$ .

- En la ecuación  $5 + x = 12$ ,  $x$  es la incógnita, el valor que desconocemos.
- El término  $x$  tiene grado 1,  $x = x^1$ , por lo que estas ecuaciones se denominan **ecuaciones de primer grado con una incógnita**.

#### Solución

La solución es el valor numérico que debemos hallar para que se verifique una ecuación.

- En la ecuación  $5 + x = 12$ ,  $x = 7$  es la solución de la ecuación.
- Si sustituimos la incógnita por su valor se verifica la ecuación:  $5 + 7 = 12$ .

### 1 Completa la siguiente tabla.

| ECUACIÓN          | PRIMER MIEMBRO | SEGUNDO MIEMBRO | TÉRMINOS | INCÓGNITA | GRADO |
|-------------------|----------------|-----------------|----------|-----------|-------|
| $7 + x = 20$      |                |                 |          |           |       |
| $18 = 2x$         |                |                 |          |           |       |
| $5x = 12 + x$     |                |                 |          |           |       |
| $14 - 3x = 8 + x$ |                |                 |          |           |       |

### 2 Indica la solución de las ecuaciones.

- |                  |              |
|------------------|--------------|
| a) $7 + x = 20$  | c) $3x = 6$  |
| b) $15 - x = 12$ | d) $18 = 2x$ |

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

#### Resolución por tanteo

Este método utiliza el razonamiento y la intuición para probar valores numéricos en enunciados sencillos y obtener su solución.

- En la ecuación:  $x + 5 = 12$ , la pregunta sería: ¿Qué número sumado a 5 da 12?
- Solución:  $x = 7$ , ya que  $7 + 5 = 12$ .

**3** Completa la tabla.

| ECUACIÓN     | PREGUNTA                      | SOLUCIÓN | COMPROBACIÓN |
|--------------|-------------------------------|----------|--------------|
| $x + 8 = 11$ | ¿Qué número sumado a 8 da 11? | $x = 3$  | $3 + 8 = 11$ |
| $x - 6 = 9$  |                               |          |              |
| $18 = 2x$    |                               |          |              |
| $x^2 = 4$    |                               |          |              |

**4** Calcula la solución por tanteo.

| ECUACIÓN          | SOLUCIÓN |
|-------------------|----------|
| $x + 1 = 7$       |          |
| $14 = 2x$         |          |
| $\frac{x}{6} = 3$ |          |
| $x^2 = 9$         |          |

**REGLAS PRÁCTICAS PARA RESOLVER ECUACIONES**

El objetivo de resolver ecuaciones es encontrar y hallar la incógnita. Para ello, debemos conseguir «dejarla sola», despejarla y encontrar el valor numérico que verifica la igualdad.

- 1.º Observamos la ecuación. Detectamos en qué miembro/s está/n la/s incógnita/s.
- 2.º Si los hubiera, reducimos términos que sean semejantes (números y/o letras).
- 3.º Para despejar la incógnita debemos transponer los términos que acompañan a las incógnitas mediante operaciones aritméticas.

Si en los dos términos de una ecuación se efectúa la misma operación: suma, resta, multiplicación o división, la igualdad no varía, y se obtiene otra equivalente.

- 4.º Reducimos términos semejantes (números y/o letras).
- 5.º Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

**EJEMPLO**

**Resuelve la ecuación  $5 + x = 12$ .**

- 1.º  $5 + x = 12$ . Observamos que la incógnita está en el primer miembro.
- 2.º No hay términos semejantes para reducir.
- 3.º  $5 + (-5) + x = 12 + (-5)$ . Despejamos  $x$ . Transponemos 5, sumando su opuesto ( $-5$ ) en ambos miembros.
- 4.º  $0 + x = 12 - 5$ . Reducimos términos semejantes.
- 5.º  $x = 7$ . Despejamos y hallamos el valor numérico de la incógnita.

**5** Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)  $x + 10 = 16$

$x + 10 = 16$

$x + 10 + (-10) = 16 + (-10)$

$x + 0 = 16 - 10$

$x = 4$

b)  $12 = 6 + x$

c)  $x - 7 = 3$

# 6

## 6 Halla la solución de las ecuaciones.

a)  $4x - 7 = 3 - x$

$$4x - 7 + (+7) + x = 3 - x + (+7)$$

$$4x - 7 + 7 = 3 - x + 7$$

$$4x = 10x$$

$$4x + (+x) = 10 - x + (+x)$$

$$4x + x = 10$$

$$5x = 10$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

Las incógnitas están en el primer y segundo miembro.  
No hay términos semejantes para reducir.

Agrupamos las incógnitas y los números por separado.

Transponemos  $-7$  sumando su opuesto  $(+7)$  en ambos miembros.

Reducimos términos semejantes.

Transponemos  $-x$  sumando su opuesto  $(+x)$  en ambos miembros.

Reducimos términos semejantes.

Transponemos 5 dividiendo entre 5 en ambos miembros.

Reducimos términos.

Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

b)  $6x - 2x = 8$

c)  $8x - 5x = 12$

## 7 Resuelve estas ecuaciones.

a)  $3x + 2 + x = 8 + 2x$

b)  $x + 8 = 3x - 6$

c)  $5x - 3x = 20 + x$

## 8 Completa la resolución de las ecuaciones, dando prioridad a las operaciones entre paréntesis.

a)  $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$   
 $3x - 9 = 5x - 5 - 6x$

b)  $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$   
 $-2x + 3 = 2x + 12 - 7x$

## 8

## OBJETIVO 1

**IDENTIFICAR LA RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Para **multiplicar** un número por **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$3,47 \cdot 100 = 347$$

$$589 \cdot 1.000 = 589.000$$

- Para **dividir** un número entre **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$25,87 : 100 = 0,2587$$

$$29 : 10 = 2,9$$

- Al **dividir** el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número decimal. Es el valor numérico de la fracción.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

- Dos fracciones son **equivalentes** si sus productos cruzados son iguales.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \quad \frac{2}{5} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \frac{6}{15} \quad 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6; 30 = 30$$

**CONCEPTO DE MAGNITUD**

- Una **magnitud** es una cualidad o una característica de un objeto que podemos medir.  
Ejemplo: longitud, masa, número de alumnos, capacidad, velocidad, etc.
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida.  
Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, número de personas, litros, centilitros, kilómetros por hora, metros por segundo, etc.
- Para cada una de esas medidas existen diferentes cantidades de esa magnitud.  
Ejemplo: una regla de 1 metro, una caja de 2 kilogramos, un tonel de 5 litros, 95 km/h, etc.

**1 Indica si son magnitudes o no.**

- El peso de un saco de patatas.
- El cariño.
- Las dimensiones de tu pupitre.
- La belleza.
- Los litros de agua de una piscina.
- La risa.

**2 Indica dos unidades de medida para cada magnitud.**

- El precio de una bicicleta.
- La distancia entre dos pueblos.
- El peso de una bolsa de naranjas.
- El contenido de una botella.
- El agua de un embalse.
- La longitud de la banda de un campo de fútbol.

**PROPORCIONALIDAD**

En un comedor escolar cada alumno se come 2 croquetas. Dos alumnos comen 4 croquetas; 3 alumnos, 6 croquetas; 4 alumnos, 8 croquetas... ¿Cuántas croquetas comen 9 alumnos? ¿Y 12 alumnos? ¿Y 15 alumnos?

|                            |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <b>NÚMERO DE ALUMNOS</b>   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| <b>NÚMERO DE CROQUETAS</b> | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |

- Las series de números de ambas magnitudes, número de alumnos y croquetas, son proporcionales entre sí, porque se puede pasar de una serie a otra multiplicando o dividiendo por el mismo número (2).
- Decimos que entre las magnitudes, número de alumnos y número de croquetas que se comen, existe proporcionalidad.
- La relación entre las magnitudes se expresa mediante una tabla llamada **tabla de proporcionalidad**.

- 3** Averigua el número por el que hay que multiplicar y/o dividir para pasar de una serie a otra, y que sean proporcionales.

a)

|   |    |    |   |   |    |   |
|---|----|----|---|---|----|---|
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5 |    | 6 |
|   | 10 | 15 |   |   | 30 |   |

c)

|   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|----|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  |
|   |   |   |   |   |   | 18 |

b)

|   |   |   |  |    |   |   |
|---|---|---|--|----|---|---|
| 1 | 2 |   |  |    | 6 | 7 |
| 3 | 6 | 9 |  | 15 |   |   |

d)

|    |     |     |        |        |
|----|-----|-----|--------|--------|
| 1  | 10  | 100 |        | 10.000 |
| 10 | 100 |     | 10.000 |        |

- 4** En un mercado 1 kilogramo de manzanas cuesta 1,50 €. Elabora una tabla de proporcionalidad con las magnitudes: masa de manzanas (de 1 a 10 kg) y el precio correspondiente.

|                      |      |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----------------------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>PESO (kg)</b>     | 1    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>PRECIO (€/kg)</b> | 1,50 |  |  |  |  |  |  |  |  |

**RAZÓN ENTRE DOS NÚMEROS O CANTIDADES**

- Una **razón** es el cociente entre dos números cualesquiera o cantidades que se pueden comparar.
- Si  $a$  y  $b$  son dos números, la razón entre ellos es  $\frac{a}{b}$ .
- No hay que confundir razón con fracción:
  - En una razón, los números  $a$  y  $b$  pueden ser números naturales y/o decimales.  
Por tanto,  $\frac{2,5}{5}$ ,  $\frac{4}{3,5}$ ,  $\frac{10}{25}$  son razones.
  - En una fracción, los números  $a$  y  $b$  son números naturales, y  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{10}{25}$  son fracciones.

## 8

5 Indica si estos cocientes son fracciones o razones.

a)  $\frac{2}{5}$

b)  $\frac{0,5}{7}$

c)  $\frac{5}{10}$

d)  $\frac{3,5}{9}$

e)  $\frac{4}{8}$

Recordamos el ejemplo de los alumnos y las croquetas:

|                     |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| NÚMERO DE ALUMNOS   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| NÚMERO DE CROQUETAS | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |

- Podemos expresar las razones de los valores de cada magnitud de la siguiente manera.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots, \frac{9}{18}, \dots, \frac{12}{24}, \dots, \frac{15}{30}$$

Son razones de las magnitudes número de alumnos y croquetas.

- Observamos que:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = 0,5 \quad \frac{4}{8} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{9}{18} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{12}{24} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{15}{30} = 0,5$$

Forman una serie de razones iguales. Su valor es el mismo: 0,5.

- La igualdad de dos razones forma una **proporción**:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5 \quad \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = 0,5$$

- El cociente de las razones de una proporción se llama **constante de proporcionalidad** (0,5).

6 Completa estas series de razones iguales.

a)  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

c)  $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

b)  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

d)  $\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{27}{63} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

7 Completa las tablas, forma razones iguales, escribe las proporciones e indica la constante de proporcionalidad.

a)

|   |   |   |    |     |
|---|---|---|----|-----|
| 2 | 3 | 6 | 15 | 100 |
| 4 |   |   |    |     |

b)

|    |  |   |  |   |   |
|----|--|---|--|---|---|
| 1  |  | 3 |  | 5 | 6 |
| 10 |  |   |  |   |   |



**PROPIEDADES DE LAS RAZONES IGUALES**

- 1.<sup>a</sup> La suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a la razón de proporcionalidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1+2+3+4}{2+4+6+8} = \frac{10}{20} = 0,5$$

- 2.<sup>a</sup> En una proporción, el producto de extremos es igual al producto de medios. Recuerda el concepto de fracciones equivalentes y los productos cruzados.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \quad 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

- 8** Comprueba las propiedades de las razones iguales del ejercicio 7.

- 9** Una entrada de cine cuesta 5 €. ¿Cuánto costarán 2, 4, 6, 8 y 10 entradas?

- Forma la tabla de valores.
- Escribe las razones iguales.
- Calcula la constante de proporcionalidad.
- Comprueba las propiedades de razones iguales.

## 8

## OBJETIVO 2

**RECONOCER MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

En un establo con 6 kg de pienso se alimentan 10 vacas; con 12 kg, 20 vacas; con 18 kg, 30 vacas; con 24 kg, 40 vacas; con 30 kg, 50 vacas...

Formamos la tabla de valores de ambas magnitudes:

|                 |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| PIENSO (kg)     | 6  | 12 | 18 | 24 | 30 |
| NÚMERO DE VACAS | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |

Observamos que:

1.º Al aumentar los kilos de pienso (doble, triple...), aumenta el número de vacas en la misma proporción (doble, triple...).

Al disminuir una magnitud (mitad, tercio...), la otra disminuye de la misma manera (mitad, tercio...).

2.º La razón entre dos valores cualesquiera de kilos de pienso y número de vacas

$$\text{forma una proporción: } \frac{6}{10} = \frac{12}{20} \quad \frac{18}{30} = \frac{24}{40} \quad \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$$

3.º La constante de proporcionalidad de dos o más valores de kilos de pienso y número de vacas es la misma:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0,6$$

Por tanto, las magnitudes, pienso y número de vacas, son **directamente proporcionales**.

**1 Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.**

- El peso de naranjas (en kilogramos) y su precio.
- La velocidad de un coche y el tiempo que emplea en recorrer una distancia.
- El número de operarios de una obra y el tiempo que tardan en terminarla.
- El número de hojas de un libro y su peso.
- El precio de una tela y los metros que se van a comprar.
- La edad de un alumno y su altura.

**2 En un supermercado encontramos la siguiente información.**

«1 botella de refresco de cola cuesta 3,50 €; 2 botellas, 6 €; 4 botellas, 11 €; 6 botellas, 16 €».

Indica si las magnitudes, número de botellas de refresco y precio que se paga por ellas, son directamente proporcionales. Razona tu respuesta.

**3 Completa las tablas para que los valores sean directamente proporcionales. Compruébalo aplicando las propiedades anteriores.**

a)

|   |   |    |    |    |
|---|---|----|----|----|
| 3 | 6 | 12 | 24 | 48 |
| 4 |   |    |    |    |

b)

|   |   |    |    |       |
|---|---|----|----|-------|
| 4 | 8 | 12 | 16 | 4.820 |
| 1 |   |    |    |       |

**EJEMPLO**

**Si 3 rotuladores cuestan 6 €, ¿cuánto costarán 7 rotuladores?**

- Intervienen dos magnitudes, número de rotuladores y precio, que son directamente proporcionales: cuantos más rotuladores compremos, más dinero costarán.
- Conocemos tres cantidades de estas magnitudes:  
2 cantidades de rotuladores: 3 y 7.  
1 cantidad de precio: 6 €, que corresponde a 3 rotuladores.
- Desconocemos una cuarta cantidad, lo que cuestan 7 rotuladores.

Se resuelve de la siguiente manera.

Si 3 rotuladores cuestan 6 }  
7 rotuladores costarán x }

Son magnitudes directamente proporcionales:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x} \quad 3 \cdot x = 7 \cdot 6 \quad 3x = 42 \quad \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \quad x = 14$$

7 rotuladores costarán 14 €.

- 4** Dos kilos de naranjas cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 5 kg? ¿Y 12 kg?

- 5** En una obra, dos obreros realizan una zanja de 5 m. Si mantienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos metros de zanja abrirán si se incorporan 3 obreros más?

- 6** El precio de 12 fotocopias es de 0,50 €. ¿Cuánto costará hacer 30 fotocopias?

- 7** Un ciclista recorre 75 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?

# 8

---

- 8** Un túnel de lavado limpia 12 coches en una hora (60 minutos).  
¿Cuánto tiempo tardará en lavar 25 coches? ¿Y 50 coches?
- 9** Diez barras de pan cuestan 4,75 €. ¿Cuánto costarán 18 barras? ¿Y 24 barras?
- 10** El precio de 9 billetes de autobús es 10 €. ¿Cuál será el precio de 12 billetes?  
¿Y de 15 billetes?
- 11** Si 5 botellas de leche cuestan 3,75 €, ¿cuánto costará una caja de 12 botellas?  
¿Y una caja de 36 botellas?

## 11

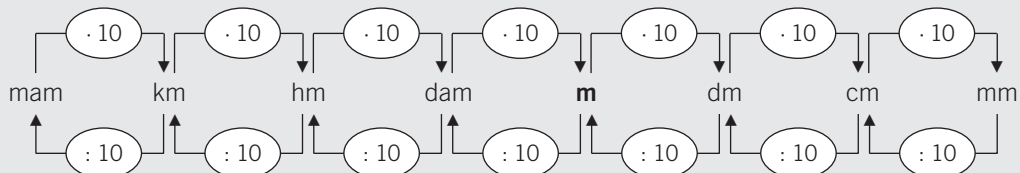
## OBJETIVO 1

## UNIDADES DE LONGITUD Y SUPERFICIE. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

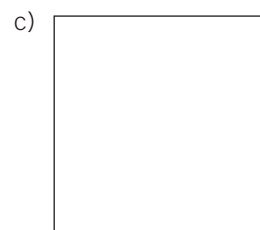
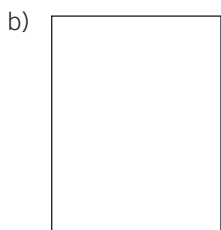
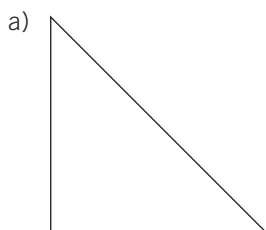
## UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (unidades mayores) del metro son el decámetro, el hectómetro y el kilómetro.
- Los submúltiplos (unidades menores) del metro son el decímetro, el centímetro y el milímetro.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.

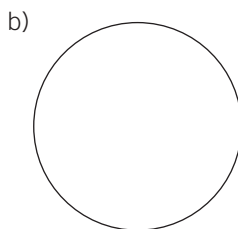
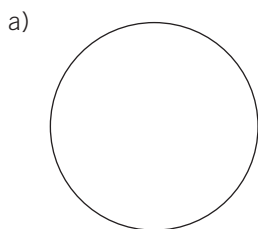


- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro (dm), el centímetro (cm) y, en ocasiones, el metro (m).

- 1** Observa en tu aula qué elementos tiene la silueta de estos polígonos. Médelos y anota el resultado.



- 2** Realiza la misma operación pero con elementos que tengan forma de circunferencia. Mide con una cinta métrica el contorno de la figura. Expresa el resultado en m y en cm.



- 3** Con tres segmentos de medidas: 30 mm, 0,5 dm y 7 cm, forma estas figuras.

- Un cuadrado de 3 cm de lado.
- Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- Un rectángulo de  $7 \times 3$  cm.

## 11

**MEDIDAS DE SUPERFICIE**

Figura A

Coloreamos 6 cuadrículas, que se consideran 6 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.

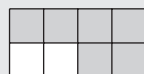
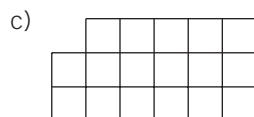
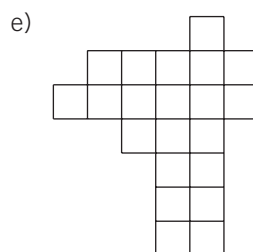
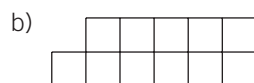
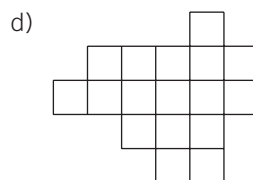


Figura B

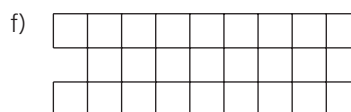
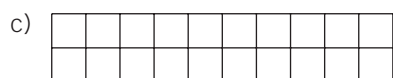
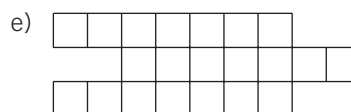
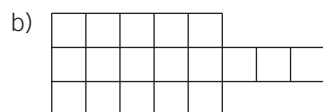
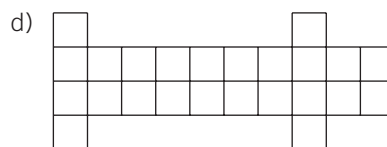
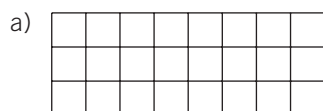
Coloreamos 10 cuadrículas, que se consideran 10 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.



**7** Tomando como unidad de medida una unidad cuadrada, calcula la superficie de las figuras.

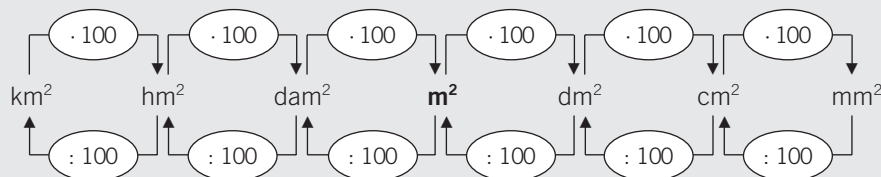


**8** Colorea las siguientes figuras para obtener 20 unidades cuadradas de superficie.



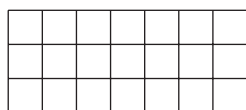
**UNIDADES DE SUPERFICIE**

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m<sup>2</sup>**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado.
- Los múltiplos (unidades mayores) del m<sup>2</sup> son: dam<sup>2</sup>, hm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>.
- Los submúltiplos (unidades menores) del m<sup>2</sup> son: dm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup>.
- Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.

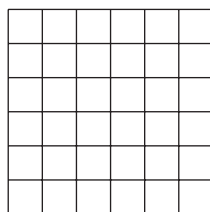


- Para expresar superficies de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro cuadrado (dm<sup>2</sup>), el centímetro cuadrado (cm<sup>2</sup>) y el metro cuadrado (m<sup>2</sup>).

- 9** Dibuja un rectángulo de 7 cm de largo y 3 cm de ancho. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm<sup>2</sup>.



- 10** Dibuja un cuadrado de 6 cm de lado. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm<sup>2</sup>.



## 11

## OBJETIVO 2

## CALCULAR PERÍMETROS DE POLÍGONOS. LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

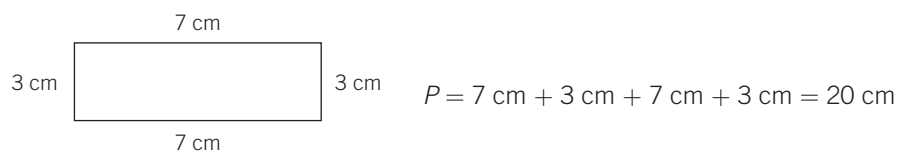
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**PERÍMETRO DE UN POLÍGONO**

- El **perímetro** de un polígono es la medida de su contorno.
- Para calcular el perímetro se suman todos sus lados.
- El perímetro es una medida de longitud.

**EJEMPLO**

Halla el perímetro de un rectángulo de lados 7 cm y 3 cm.



Calcula el perímetro de un pentágono regular de 3 cm de lado.



- 1 **Calcula el perímetro del tablero de tu pupitre. Realiza un dibujo significativo y utiliza el instrumento y la unidad de medida adecuados.**

- 2 **Halla el perímetro de las siguientes figuras y realiza un dibujo.**

- a) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- b) Un cuadrado de 5 cm de lado.
- c) Un rectángulo de 10 cm y 4 cm de lado.
- d) Un pentágono de 4,5 cm de lado.



**3** Determina el perímetro de las figuras y haz un dibujo.

- a) Un romboide de lados 5 cm y 2,5 cm.
- b) Un hexágono regular de 6 cm de lado.
- c) Un decágono regular de 3 cm de lado.
- d) Un trapecio de lados 7 cm, 6 cm, 5 cm y 4 cm.

**4** La banda y el fondo de un campo de fútbol miden 100 y 70 m, respectivamente. Si se quiere pintar su longitud, ¿cuántos metros de línea blanca se pintarán? Realiza un dibujo.

**5** Un pastor quiere construir un cercado para sus ovejas con forma de hexágono regular. Si emplea 7,2 dam de valla, ¿cuántos metros medirá cada lado del cercado? Haz un dibujo.

**6** El perímetro de un polígono regular es 77 cm. Si cada lado mide 11 cm, ¿qué tipo de polígono es? Realiza un dibujo.

## 11

**RELACIÓN ENTRE LA CIRCUNFERENCIA Y SU DIÁMETRO**

Considera que medimos en clase los siguientes objetos.

|              | <b>CONTORNO<br/>(Longitud de la circunferencia)</b> | <b>DIÁMETRO</b> | <b>COCIENTE DEL CONTORNO<br/>Y EL DIÁMETRO</b> |
|--------------|---|-----------------|--|
| Reloj        | 78,5 cm   | 25 cm           | 3,14   |
| Papelera     | 157 cm  | 50 cm           | 3,14   |
| Portalápices | 23,55 cm  | 7,5 cm          | 3,14   |

Observamos que:

- Al dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro se obtiene siempre el mismo número: 3,14.

$$78,5 : 25 = 3,14$$

$$157 : 50 = 3,14$$

$$23,55 : 7,5 = 3,14$$

- 3,14 es el número  $\pi$  y se lee pi.

$$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}} = \pi \quad \frac{L}{d} = \pi$$

**7 Completa la siguiente tabla.**

|                 | <b>LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA</b> | <b>DIÁMETRO</b> | <b>LONGITUD ENTRE DIÁMETRO</b> |
|-----------------|--------------------------------------|-----------------|--------------------------------|
| Sartén          | 55 cm                                | 17,5 cm         |                                |
| Aro de gimnasia | 226 cm                               | 72 cm           |                                |
| Rueda           | 168,5 cm                             | 53,5 cm         |                                |
| Rotonda         | 204 m                                | 65 m            |                                |

**8 Localiza objetos circulares en tu aula. Mide el borde de la circunferencia y completa esta tabla.**

|  | <b>LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA</b> | <b>DIÁMETRO</b> | <b>LONGITUD ENTRE DIÁMETRO</b> |
|--|--------------------------------------|-----------------|--------------------------------|
|  |                                      |                 |                                |
|  |                                      |                 |                                |
|  |                                      |                 |                                |
|  |                                      |                 |                                |

**LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA**

En los ejemplos anteriores también se observa que:

- La longitud del contorno de la circunferencia es algo mayor que el triple del diámetro: 3,14 veces.

$$78,5 = 3,14 \cdot 25$$

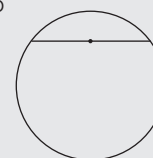
$$157 = 3,14 \cdot 50$$

$$23,55 = 3,14 \cdot 7,5$$

- De  $\frac{L}{d} = \pi$ , se tiene que  $L = d \cdot \pi$ .

- El diámetro de una circunferencia es la suma de dos radios:  $d = 2r$ .

- Por tanto, la longitud de la circunferencia es:  $L = d \cdot \pi \rightarrow L = 2 \cdot r \cdot \pi$ .



- 9 Completa la siguiente tabla.

| LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA | DIÁMETRO |
|-------------------------------|----------|
|                               | 15 cm    |
|                               | 35 cm    |
|                               | 0,25 cm  |
|                               | 7 m      |

$$L = d \cdot \pi$$

- 10 Completa la siguiente tabla.

| LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA | RADIO   |
|-------------------------------|---------|
|                               | 5 cm    |
|                               | 50 cm   |
|                               | 0,15 cm |
|                               | 4 m     |

$$L = 2 \cdot r \cdot \pi$$

- 11 ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de diámetro 5 cm? Realiza un dibujo representativo.

- 12 La rueda de la bicicleta de Luis tiene un diámetro de 44 cm.

- ¿Qué distancia recorre la bicicleta cada vez que la rueda da una vuelta?
- ¿Y si da tres vueltas?
- Determina cuántas vueltas dará la bicicleta en 10 metros.

- 13 Calcula el radio de una circunferencia de longitud 80 cm. Recuerda que  $L = 2 \cdot r \cdot \pi$ .

## 11

## OBJETIVO 3

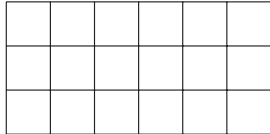
## CALCULAR EL ÁREA DE LOS PRINCIPALES POLÍGONOS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

## CONCEPTO DE ÁREA

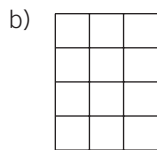
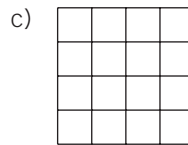
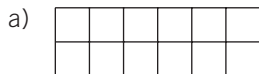
El **área de un polígono** es la medida de su superficie.

## EJEMPLO

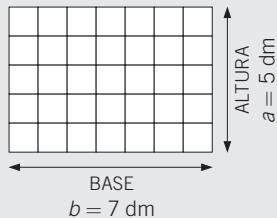


- La superficie de la figura son 18 unidades cuadradas.
- Si cada cuadrado tiene 1 cm de lado, podemos medir la superficie de la figura, en este caso un rectángulo.
- Se dice entonces que el rectángulo tiene un área de 18 cm<sup>2</sup>.

**1** Calcula el área de las figuras, tomando como unidad un cuadrado que tiene 1 cm de lado.

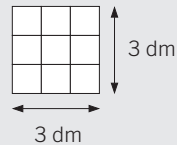


## ÁREA DEL RECTÁNGULO

El rectángulo tiene 35 cuadrados de 1 dm<sup>2</sup>.

- Son 7 columnas y 5 filas.
- Para hallar el área del rectángulo se multiplica la longitud de la base por la longitud de la altura.  
 $A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a = 7 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm} = 35 \text{ dm}^2$

## ÁREA DEL CUADRADO

El cuadrado tiene 6 cuadrados de 1 dm<sup>2</sup>.

- Son 3 columnas y 3 filas.
- Para hallar el área del cuadrado se multiplica la longitud de un lado por la longitud del otro lado.  
 $A = \text{lado} \cdot \text{lado} = l \cdot l = 3 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} = 9 \text{ dm}^2$

**2** Calcula el área de estos rectángulos y realiza un dibujo representativo.

a) Base = 7 cm, altura = 3 cm

b) Base = 9 cm, altura = 4 cm

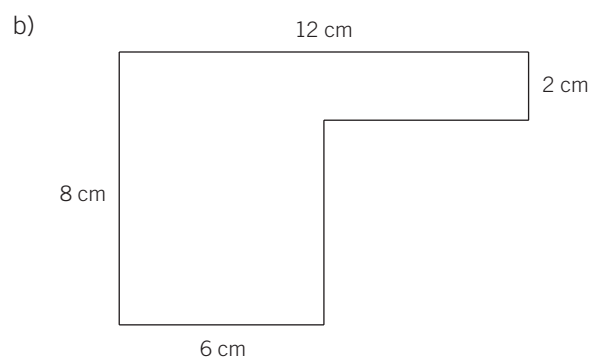
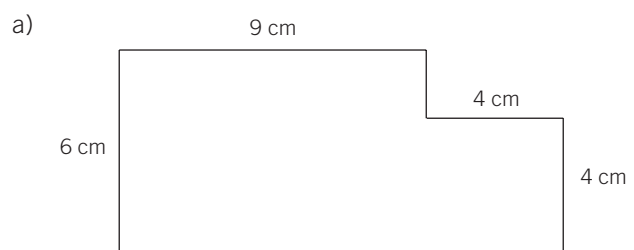
**3** Calcula el área de estos cuadrados y realiza un dibujo representativo.

a) Lado = 5 cm

b) Lado = 4 cm

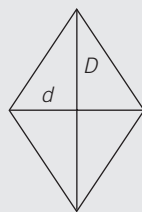
**4** Dibuja un rectángulo que tenga  $24 \text{ cm}^2$  de área.

**5** Calcula el área de las siguientes figuras.



## 11

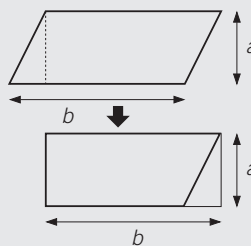
## ÁREA DEL ROMBO



- El área del rectángulo el producto de la base y la altura ( $D \cdot d$ ). El rombo ocupa la mitad de la superficie del rectángulo.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

## ÁREA DEL ROMBOIDE



- El romboide lo podemos transformar en rectángulo.

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a$$

**6** Halla el área de los siguientes rombos.

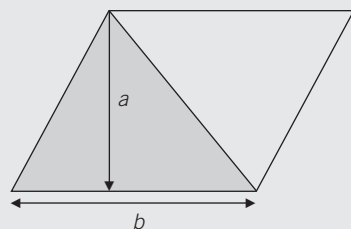
a) Diagonal mayor = 12 cm  
Diagonal menor = 6 cm

b) Diagonal mayor = 15 cm  
Diagonal menor = 7 cm

**7** Calcula el área de un romboide de base 7 cm y altura 3 cm. Realiza un dibujo representativo.

**8** Dibuja un rectángulo de base 6 cm y altura 3 cm.

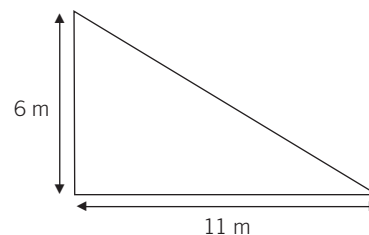
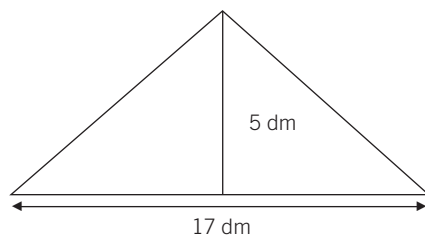
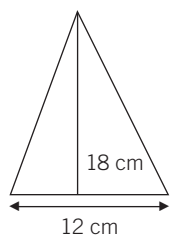
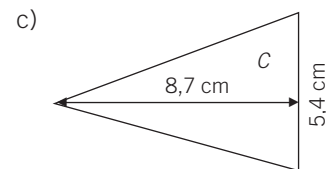
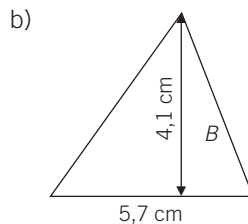
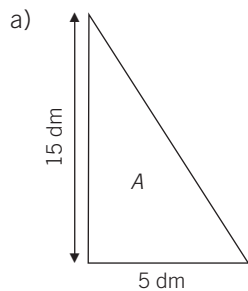
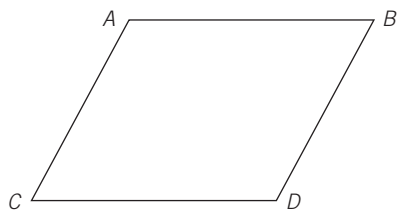
- Obtén su área.
- Traza las medianas de cada lado y dibuja sus diagonales.
- Halla el área del rombo.

**ÁREA DEL TRIÁNGULO**

- Al trazar la diagonal del romboide, este queda dividido en dos triángulos.
- Los dos triángulos ocupan igual superficie.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{Área del romboide}}{2} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

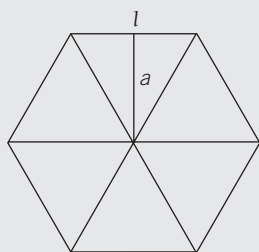
**9** Calcula el área de los siguientes triángulos.**10** Determina el área de los triángulos.**11** Observa la siguiente figura.

- ¿Qué figura es?
- Su base mide 7 cm y su altura 4 cm. Nómbralas.
- Calcula el área de la figura.
- Traza la diagonal  $AD$ . ¿Qué figuras se han formado?
- Halla el área de las figuras del apartado anterior.

## 11

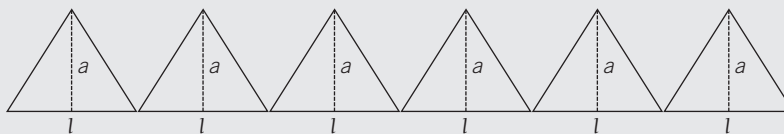
**ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR**

Observa el siguiente hexágono regular, que tiene 6 lados iguales.



- El hexágono se descompone en 6 triángulos iguales cuya altura es la apotema.

$$\text{Área de cada triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{l \cdot a}{2}$$



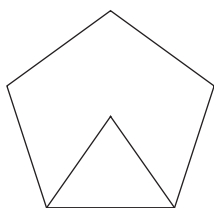
- Área de los 6 triángulos =  $\frac{6 \cdot l \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

$$6 \cdot l = \text{perímetro del hexágono (suma de sus lados)}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

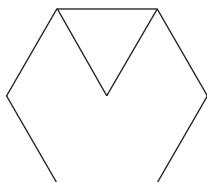
**12** Calcula el área de los siguientes polígonos.

a)



$$\text{Área del triángulo} = 15 \text{ cm}^2$$

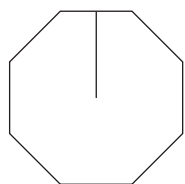
b)



$$\text{Área del triángulo} = 12 \text{ cm}^2$$

**13** Halla el área de las figuras.

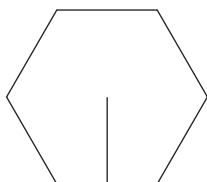
a)



$$\text{Apotema} = 2,4 \text{ cm}$$

$$\text{Lado del octógono} = 2 \text{ cm}$$

b)



$$\text{Apotema} = 2,6 \text{ cm}$$

$$\text{Lado del hexágono} = 3 \text{ cm}$$